高雄市正義中學高中部109學年度第一學期第一次定期考數學科試題

【高二】

出題老師:余慕貞

第一部分：單一選擇題 (每題4分，共12分)

1. 將正弦函數 $y=\sin x$ 的圖形向右平移1單位，再上下伸縮為2倍而得出之圖形，是下列哪個函數的圖形？

   (A) $y=2\sin(x+1)$　(B) $y=2\sin(x-1)$　(C) $y=-2\sin(x+1)$

   (D) $y=-2(x-1)$　(E) $y=1+2\sin x$。

2. 在 $-2\pi\leqq x\leqq 2\pi$ 的範圍內，正弦曲線 $y=\sin x$ 與直線 $y=-\frac{1}{2}$ 有多少個交點？

   (A)2個　(B)3個　(C)4個　(D)5個　(E)6個。

3. 化簡 $\dfrac{\tan 183°-\tan 48°}{1+\tan 183°\tan 48°}$ 為？

   (A) $-\sqrt{3}$　(B) $\sqrt{3}$　(C)1　(D) -1　(E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

第二部分：多重選擇題（每題5分，共15分，答錯一個選項得3分，答錯兩個選項得0分）

1. 關於三角函數的敘述，下列哪些正確？

   (A) $\sin 3>0$　(B) $\cos 3>0$　(C) $\sin 3<\frac{1}{2}$　(D) $|\cos 3|<\frac{1}{2}$　(E) $|\sin 3|<|\cos 3|$

2. 下列哪些選項是正確的？

   (A)函數 $y=\sin 2x$ 的週期是 4π

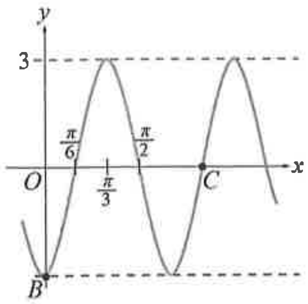
   (B)函數 $y=2\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的週期是 2π

   (C)兩函數 $y=\sin x+1$ 與 $y=\frac{1}{2}\sin x$ 的週期相同

   (D)函數 $y=1+2\sin 2x$ 的最大值為3，最小值為 -1

   (E)將函數 $y=\sin x$ 的圖形向左移 $\frac{\pi}{3}$ 單位，會與 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的函數圖形重合

3. 下圖為三角函數 $y=3\sin(ax-b)$ 的部分圖形，其中 $a>0$，則下列各項敘述哪些正確？



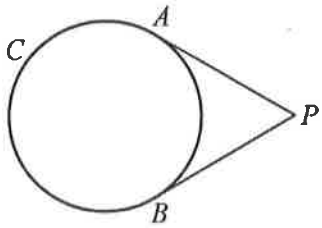
(A)$B(0,-3)$　　(B)$b=\frac{\pi}{6}$　　(C)$C(\frac{5\pi}{6},0)$

(D)y 的週期為 $\frac{2\pi}{3}$　　(E)其圖形可由 $y=3\sin 3x$ 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 而得

第三部分：填充題 (共 65 分)

1. 如下圖，P 為圓 C 外一點，$\overline{PA}$、$\overline{PB}$ 為兩切線，A、B 為兩切點。若 $\overline{PA}=\sqrt{3}$，且 $\angle APB=\frac{\pi}{3}$，

試求劣弧 $\overset{\frown}{AB}$ 的長為__①__。



2. 試求方程式 $\cos x=-\frac{1}{3}$ 在 $0\le x\le 2\pi$ 範圍內解的總和為__②__。

3. 設 $\sin\theta=\frac{4}{5}$，且θ為第二象限角，求：

(1) $\sin(\pi+\theta)=$__③__；(2) $\cos(\frac{\pi}{2}+\theta)=$__④__。

4. 設 $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，$\pi<\beta<\frac{3\pi}{2}$，且 $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\sin\beta=-\frac{12}{13}$，求：

(1) $\sin(\alpha-\beta)$ 之值為__⑤__。

(2) $\cos(\alpha-\beta)$ 之值為__⑥__。

5. 設 $\frac{3\pi}{2}<\theta<2\pi$，且 $\sin\theta=-\frac{4}{5}$，求：

(1) $\sin 2\theta=$ 之值為__⑦__。

(2) $\cos\frac{\theta}{2}$ 之值為__⑧__。

6. 試求 $\cos 24°\sin 6°+\cos 66°\sin 84°=$__⑨__。

7. 設 $0 \le x \le 2\pi$，若 $y=4\sin x-2\sqrt{3}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，在 $x=\alpha$ 時有最大值 M，求 $(\alpha, M)=$ ____⑩____；

在 $x=\beta$ 時有最小值 m，求 (β, m)之值為____⑪____。

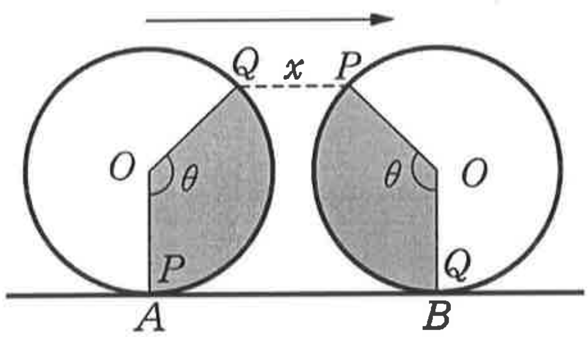
8. 設 $a>0$，$0 \le \theta < 2\pi$，若 $-\cos x-\sin x=a\cos(x+\theta)$，求 $(a,\theta)=$ ____⑫____。

9. 已知兩直線 L_1：$y=7x-8$，L_2：$y=\dfrac{3}{4}x-1$ 的斜角分別為 α, β，求兩直線的夾角為____⑬____。

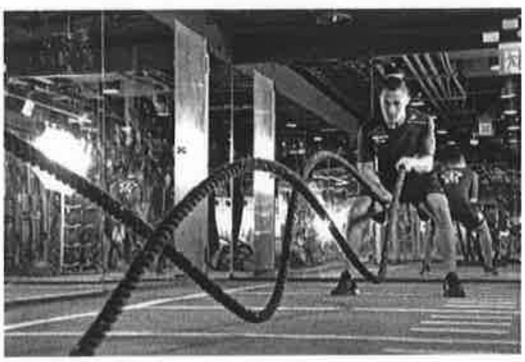
第四部分：素養題 (共 8 分，此部分請寫出詳細計算過程)

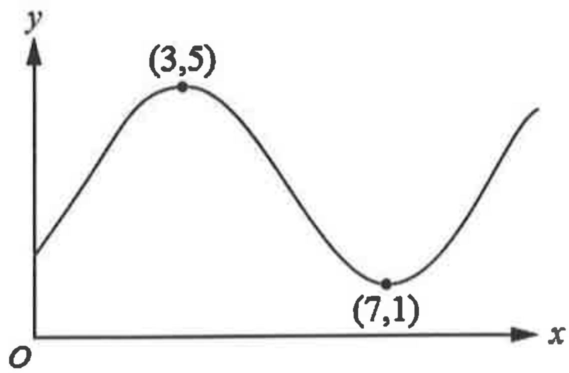
1. 請利用函數 $y=\cos x$ 的圖形，描繪出函數 $y=2\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$的圖形。(3 分)

2. 設 A，B 為水平直線上相異兩點，將圓 O 想像成半徑為 4 的硬幣，P、Q 為圓 O 上相異兩點且$\angle POQ=\theta=\dfrac{3}{4}\pi$，若將圓上 P 點(即直線 A 點)沿著直線滾動至圓上 Q 點(即直線 B 點)，試求：原先圓上的 Q 點與後來圓上的 P 點間的最短水平距離 x。(3 分)



3. 運動者必須利用核心肌群的力量穩定身體，搭配身體的協調及敏捷性順勢甩動繩子，運用爆發力、肌耐力和心肺耐力，讓繩子在一定時間內，呈現一波未平一波又起的波浪狀。接著，為了使波浪持續不間斷，必須在快、穩又有力的狀況下，使盡全身的力量甩繩。下圖為某戰繩的部分圖形，且假設其函數圖形為 $y=a\sin(bx-h)+k$，其中 $0 \le h < 2\pi$。





請根據上面圖形，求出(a, b, h, k) 。(2 分)

高雄市正義中學高中部 109 學年度第一學期第一次定期考數學科答案卷

【高二】(解答)

高二年______班　座號：______姓名：____________

第一部分：單一選擇題　12%（每題 4 分）

1	2	3
(B)	(C)	(D)

第二部分：多重選擇題　15%（每題 5 分，答錯一個選項得 3 分，答錯兩個選項得 0 分）

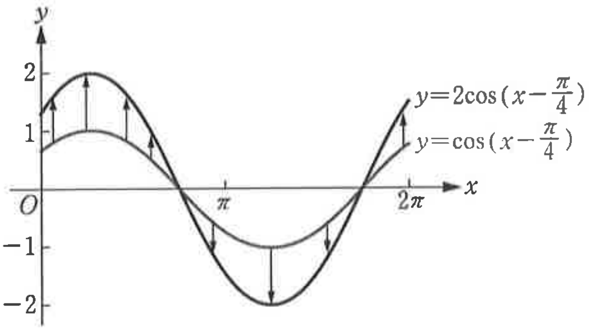
1	2	3
(A)(C)(E)	(B)(C)(D)	(A)(C)(D)(E)

第三部分：填充題 65%

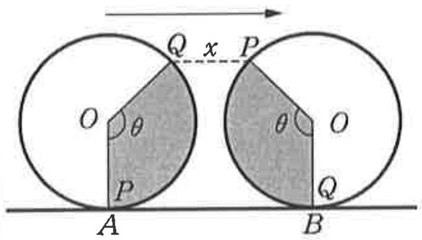
(1)	$\frac{2\pi}{3}$	(2)	2π
(3)	$-\frac{4}{5}$	(4)	$-\frac{4}{5}$
(5)	$-\frac{56}{65}$	(6)	$-\frac{33}{65}$
(7)	$-\frac{24}{25}$	(8)	$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$
(9)	$\frac{1}{2}$	(10)	$(\frac{\pi}{6}, 2)$
(11)	$(\frac{7\pi}{6}, -2)$	(12)	$(\sqrt{2}, \frac{3}{4}\pi)$
(13)	$45°$或 $135°$		

第四部分：素養題（共 8 分，此部分請寫出詳細計算過程）

2. 請利用函數 $y=\cos x$ 的圖形，描繪出函數 $y=2\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的圖形。(3 分)



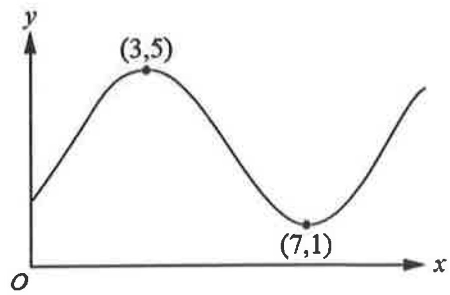
2. 設 A，B 為水平直線上相異兩點，將圓 O 想像成半徑為 4 的硬幣，P、Q 為圓 O 上相異兩點且 $\angle POQ=\theta=\frac{3}{4}\pi$，若將圓上 P 點（即直線 A 點）沿著直線滾動至圓上 Q 點（即直線 B 點），試求：原先圓上的 Q 點與後來圓上的 P 點間的最短水平距離 $x=$？(3 分)



弧長 $=r\cdot\theta=4\cdot\frac{3}{4}\pi=3\pi$

$x=\overset{\frown}{AB}-2\cdot4\cdot\cos\left(\frac{3}{4}\pi-\frac{\pi}{2}\right)=3\pi-8\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=3\pi-4\sqrt{2}$

3. 運動者必須利用核心肌群的力量穩定身體，搭配身體的協調及敏捷性順勢甩動繩子，運用爆發力、肌耐力和心肺耐力，讓繩子在一定時間內，呈現一波未平一波又起的波浪狀。接著，為了使波浪持續不間斷，必須在快、穩又有力的狀況下，使盡全身的力量甩繩。下圖為某戰繩的部分圖形，且假設其函數圖形為 $y=a\sin(bx-h)+k$，其中 $0\le h<2\pi$。請根據上面圖形，求出 (a,b,h,k)。



由振幅可得 $\begin{cases}a+k=5\\-a+k=1\end{cases}$，$a=2$，$k=3$，

由週期可得 $\frac{2\pi}{b}=8$，$b=\frac{\pi}{4}$，

將 $(3,5)$ 代入 $y=2\sin\left(\frac{\pi}{4}x-h\right)+3$，

得 $2\sin\left(\frac{3\pi}{4}-h\right)+3=5$，$\sin\left(\frac{3\pi}{4}-h\right)=1$，

又 $0\le h<2\pi$，即 $\frac{3\pi}{4}-h=\frac{\pi}{2}$，$h=\frac{\pi}{4}$，故 $(a,b,h,k)=\left(2,\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4},3\right)$。