高雄市正義中學 國中部 110學年度第一學期 期初考 數學領域試題

【國三】

一、單選題：

(　　)1. △ABC 中，∠A＝90°，$\overline{AB}$＝8 m，$\overline{AC}$＝6 m。若 I 為△ABC 的內心，則△BIC 的面積為多少 m^2？

(A)10　(B)12　(C)16　(D)24

答案：(A)

解析：$\overline{BC}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

內切圓半徑$=\dfrac{6+8-10}{2}=2$

△$BIC=\dfrac{1}{2}\times10\times2=10$

難易度：易

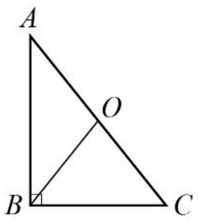
(　　)2. △ABC 中，∠B＝90°。若外心 O 到三頂點 A、B、C 的距離和為 30 公分，則 $\overline{AC}$ 為多少公分？

(A)10　(B)15　(C)20　(D)30

答案：(C)

解析：$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=10$

$\overline{AC}=20$



難易度：易

(　　)3. 下列關於直角三角形的內心敘述，何者錯誤？

(A)內心是三內角平分線的交點　(B)內心到三邊的距離相等　(C)內心到三邊的距離為其內切圓的半徑　(D)內心在斜邊的中點

答案：(D)

解析：外心在斜邊中點上

難易度：易

(　　)4. 已知△ABC 的三邊長分別為 12 cm、18 cm、18 cm。若其面積為 96 cm^2，則其內切圓半徑為多少 cm？

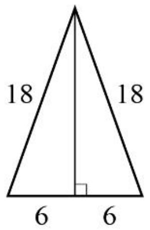
(A)2　(B)3　(C)4　(D)5

答案：(C)

解析：$96=\dfrac{1}{2}\times(18+18+12)\times r$

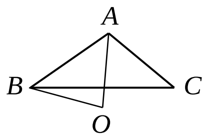
$r=4$

r 為內切圓半徑



難易度：易

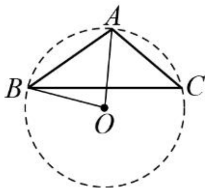
( )5. 如附圖，O 為△ABC 的外心。若∠ABC＝35°，∠C＝40°，則∠AOB＝？



(A)50° (B)60° (C)70° (D)80°

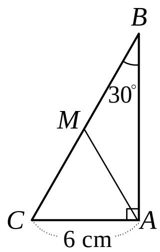
答案：(D)

解析：∠AOB＝$\overset{\frown}{AB}$＝2∠C＝80°



難易度：易

( )6. 如附圖，有一直角△ABC。若∠BAC＝90°，∠B＝30°，$\overline{AC}$＝6cm，M 是 $\overline{BC}$ 之中點，則△ABC 之外接圓面積為多少 cm^2？



(A)144π (B)108π (C)36π (D)27π

答案：(C)

解析：$\overline{AB}$＝$6\sqrt{3}$，$\overline{BC}$＝12

M 為△ABC 外接圓圓心

$\overline{CM}$＝6

外接圓面積為 $\pi \times 6^2$＝36π

難易度：易

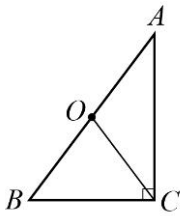
( )7. 已知 O 是△ABC 的外心。若∠A：∠B：∠C＝2：3：5，則∠BOC＝？

(A)72° (B)74° (C)76° (D)78°

答案：(A)

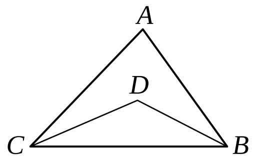
解析：∠A＝36°，∠B＝54°，∠C＝90°

∠BOC＝2∠A＝72°



難易度：中

(　　)8.　如附圖，$\overline{AB}$＝4，$\overline{BC}$＝6，$\overline{CA}$＝5。若∠*ABC* 與∠*ACB* 的角平分線相交於 *D* 點，則△*BCD* 面積：△*ABC* 面積＝？



(A)1：3　(B)2：3　(C)2：5　(D)3：5

答案：(C)

解析：∵*D* 為內心

∴△*ACD* 面積：△*ABD* 面積：△*CDB* 面積＝$\overline{CA}$：$\overline{AB}$：$\overline{BC}$＝5：4：6

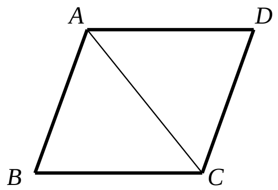
故△*BCD* 面積：△*ABC* 面積

＝△*BCD* 面積：(△*ACD* 面積＋△*ABD* 面積＋△*CDB* 面積)

＝6：(5＋4＋6)　＝2：5

難易度：中

(　　)9.　如附圖，*ABCD* 為平行四邊形。欲證明△*ABC*≅△*CDA*，則下列哪一個全等性質不合理？



(A)*SSS*　(B)*SAS*　(C)*AAS*　(D)*RHS*

答案：(D)

解析：若$\overline{BC}$＝$\overline{AD}$，$\overline{AB}$＝$\overline{CD}$，$\overline{AC}$＝$\overline{AC}$，則利用 *SSS* 全等性質

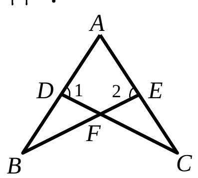
若$\overline{BC}$＝$\overline{AD}$，$\overline{AB}$＝$\overline{CD}$，∠*B*＝∠*D*，則利用 *SAS* 全等性質

若∠*BAC*＝∠*DCA*，∠*BCA*＝∠*DAC*，$\overline{AC}$＝$\overline{AC}$，則利用 *ASA* 全等性質

若∠*BAC*＝∠*DCA*，∠*B*＝∠*D*，$\overline{AC}$＝$\overline{AC}$，則利用 *AAS* 全等性質

難易度：易

(　　)10. 如附圖，已知$\overline{AD}$＝$\overline{AE}$，$\overline{CD}$＝$\overline{BE}$。若欲證△*ABE*≅△*ACD*，則須增加下列哪一個條件？



(A)∠1＝∠2　(B)∠*B*＝∠*C*　(C)$\overline{AB}$＝$\overline{AC}$　(D)以上皆可

答案：(D)

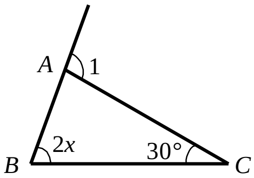
解析：加入$\angle 1=\angle 2$ (*SAS* 全等性質)

$\angle B=\angle C$ (*AAS* 全等性質)

$\overline{AB}=\overline{AC}$ (*SAS* 全等性質)

難易度：易

(　　)11. 如附圖，已知$\angle 1$為$\triangle ABC$之外角，$\angle BAC=80°$，則$x=$？



(A)30°　(B)35°　(C)40°　(D)45°

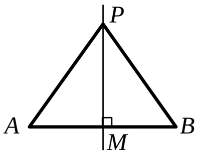
答案：(B)

解析：$\angle 1=180°-80°=100°=2x+30°$

$x=35°$

難易度：易

(　　)12. 如附圖，已知$\overline{PM}$為$\overline{AB}$之中垂線，M為$\overline{AB}$之中點，連接$\overline{PA}$與$\overline{PB}$，則$\triangle APM\cong\triangle BPM$，以上是引用哪一個「三角形全等性質」？



(A)*ASA*　(B)*SAS*　(C)*AAS*　(D)*RHS*

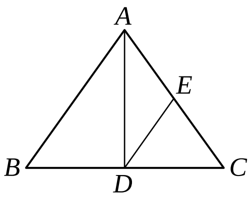
答案：(B)

解析：$\because$ $\overline{AM}=\overline{BM}$，$\overline{PM}=\overline{PM}$，$\angle AMP=\angle BMP=90°$

$\therefore$ $\triangle APM\cong\triangle BPM$ (*SAS* 全等性質)

難易度：易

(　　)13. 如附圖，$\overleftrightarrow{AD}$為$\triangle ABC$的對稱軸 ($\overline{AB}\neq\overline{BC}$)，E為$\overline{AC}$的中點，則下列有關$\triangle ABC$的敘述何者<u>錯誤</u>？



(A) $\overline{DE}=\overline{AE}$　(B) $\overline{AD}\perp\overline{BC}$　(C) $\overline{DE}=\overline{DC}$　(D) $\overline{DE}\,//\,\overline{AB}$

答案：(C)

解析：$\because$ $\overleftrightarrow{AD}$為$\triangle ABC$的對稱軸

$\therefore$ $\overline{AD}$垂直平分$\overline{BC}$，又E點為$\overline{AC}$中點

$\therefore$ $\overline{DE}\,//\,\overline{AB}$ $\Rightarrow\angle ADE=\angle BAD=\angle DAE$

$\Rightarrow\overline{DE}=\overline{AE}=\overline{CE}$

難易度：易

(　　)14. 菱形 $ABCD$ 中，P、Q、R、S 依序為四邊中點，則下列有關四邊形 $PQRS$ 的敘述，有哪幾項正確？

甲：四邊形 $PQRS$ 為長方形

乙：四邊形 $PQRS$ 周長＝ $\overline{AC}$ ＋ $\overline{BD}$

丙：四邊形 $PQRS$ 周長＝$\frac{1}{2}$×菱形 $ABCD$ 周長

丁：四邊形 $PQRS$ 面積＝$\frac{1}{2}$×菱形 $ABCD$ 面積

戊：四邊形 $PQRS$ 面積＝$\frac{1}{4}$×菱形 $ABCD$ 面積

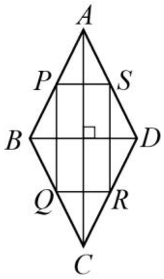
(A)甲、乙、丁　(B)甲、丙、丁　(C)甲、丙、戊　(D)甲、乙、戊

答案：(A)

解析：$\overline{AC} \perp \overline{BD}$，故 $PQRS$ 為矩形

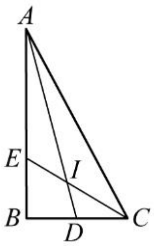
$PQRS$ 周長＝ $\overline{AC}$ ＋ $\overline{BD}$

$PQRS$ 面積＝$\frac{1}{2}ABCD$ 面積



難易度：中

(　　)15. 附圖△ABC 中，$\angle B=90°$，$\overline{AB}=15$，$\overline{AC}=17$，$\overline{AD}$ 平分$\angle BAC$，$\overline{CE}$ 平分$\angle ACB$，$\overline{AD}$、$\overline{CE}$ 相交於 I 點，則△ACI 面積：△ICD 面積＝？



(A)4：1　(B)7：2　(C)8：3　(D)11：4

答案：(A)

解析：$\overline{BC}=\sqrt{17^2-15^2}=8$

$\because$ $\overline{AD}$ 平分$\angle BAC$

$\therefore$ $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=15:17$

$\overline{CD}=8\times\frac{17}{15+17}=\frac{17}{4}$

$\because$ $\overline{CE}$ 平分$\angle ACB$　$\therefore$ $\overline{AI}:\overline{ID}=\overline{AC}:\overline{CD}=17:\frac{17}{4}=4:1$

△ACI：△ICD＝ $\overline{AI}:\overline{ID}=4:1$

難易度：中

二、填充題：

1. 若△ABC 的周長是 36 公分，面積是 72 平方公分，則△ABC 的內切圓周長＝______公分。

答案：8π

解析：設內切圓半徑為 r

$\frac{1}{2}\times r\times 36=72$，$r=4$

故所求＝$2\times 4\times \pi=8\pi$

難易度：易

2. △ABC 中，若∠A：∠B：∠C＝1：2：3，$\overline{AB}=12$，且 O、G 分別為△ABC 之外心與重心，則 $\overline{OG}=$______。

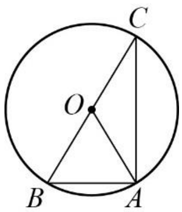
答案：2

解析：∠A＝30°，∠B＝60°，∠C＝90°

$\overline{AB}:\overline{AC}:\overline{BC}=2:\sqrt{3}:1=12:6\sqrt{3}:6$

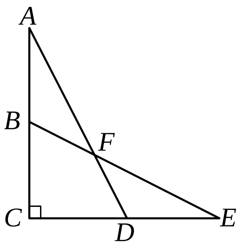
$\overline{OC}=\overline{OA}=\overline{OB}=6$

$\overline{OG}=\frac{1}{3}\times 6=2$



難易度：易

3. 如附圖，$\overline{AC}\perp\overline{CE}$，$\overline{AB}=\overline{BC}$，$\overline{CD}=\overline{DE}$。若 $\overline{AC}=\overline{CE}=10$ 公分，則 $\overline{DF}=$______公分。

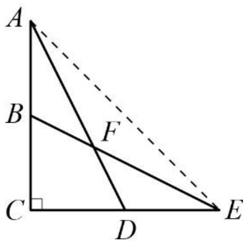


答案：$\frac{5\sqrt{5}}{3}$

解析：連接 $\overline{AE}$，F 為△ACE 的重心

$\overline{AD}=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$

$\overline{DF}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{5}{3}\sqrt{5}$



難易度：易

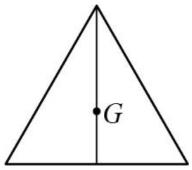
4.　若一個正三角形的重心到一頂點的距離為$\frac{10}{3}\sqrt{3}$公分，則此三角形的周長為______公分。

答案：30

解析：$\frac{10}{3}\sqrt{3}\times\frac{3}{2}=5\sqrt{3}$

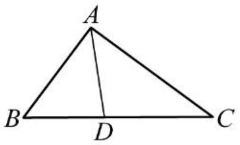
$5\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=10$

$10\times3=30$



難易度：易

5.　如附圖，$\overline{AB}\perp\overline{AC}$，且$\overline{AD}$為$\angle BAC$的角平分線。若$\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=4$，則$\overline{CD}=$______。



答案：$\frac{20}{7}$

解析：$\because\overline{AB}\perp\overline{AC}$　$\therefore\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

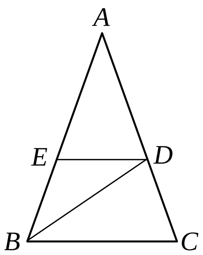
$\because\overline{AD}$平分$\angle BAC$　$\therefore\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}=3:4$

$\overline{CD}=5\times\frac{4}{3+4}=\frac{20}{7}$

$\triangle ACD$面積$=(\frac{1}{2}\times3\times4)\times\frac{4}{7}=\frac{24}{7}$

難易度：中

6.　如附圖，$\triangle ABC$中，$\overline{AB}=\overline{AC}=10$ cm，$\angle ABC$的角平分線$\overline{BD}$交$\overline{AC}$於D點，過D點作$\overline{DE}$平行$\overline{BC}$。若$\overline{DE}=4$ cm，則$\triangle ADE$的周長為______cm。



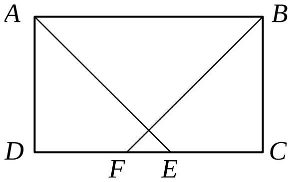
答案：16

解析：$\because\triangle ADE$為等腰三角形

$\therefore\triangle ADE$的周長$=10+10-4=16$ (cm)

難易度：中

7. 如附圖，已知 $ABCD$ 為矩形，且 $\overline{AB}=10$，$\overline{AD}=6$。若∠BAD 的角平分線交 $\overline{DC}$ 於 E 點，∠ABC 的角平分線交 $\overline{DC}$ 於 F 點，則 $\overline{FE}=$______。



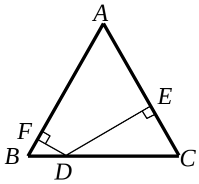
答案：2

解析：∵△BFC、△ADE 為等腰直角三角形

∴ $\overline{FE}=\overline{DE}+\overline{FC}-\overline{AB}=6+6-10=2$

難易度：中

8. 如附圖，正△ABC 的邊長是 10，D 點在 $\overline{BC}$ 上。若 $\overline{DE}\perp\overline{AC}$，$\overline{DF}\perp\overline{AB}$，則 $\overline{DE}+\overline{DF}=$______。



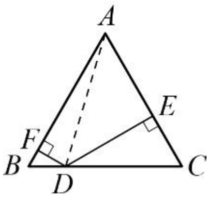
答案：$5\sqrt{3}$

解析：連接 $\overline{AD}$

△ABC 面積＝△ABD＋△ADC

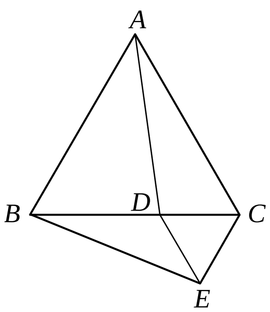
$\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2=\frac{1}{2}\times10\times\overline{DF}+\frac{1}{2}\times10\times\overline{DE}$

$5(\overline{DF}+\overline{DE})=25\sqrt{3}$，$\overline{DE}+\overline{DF}=5\sqrt{3}$



難易度：中

9. 如附圖，若△ABC 與△CDE 皆為正三角形，且∠$ADB=80°$，則∠$DEB=$______度。



答案：40

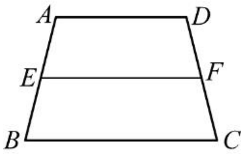
解析：∵ $\overline{AC}=\overline{BC}$，$\overline{DC}=\overline{EC}$，∠$ACD$＝∠$BCE$

∴△ACD≅△BCE (SAS 全等性質)

⇒∠BEC＝∠$ADC=180°-80°=100°$　⇒∠$DEB=100°-60°=40°$

難易度：中

10. 附圖梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD} // \overline{BC}$，$\overline{EF}$ 為兩腰中點連線段。若 $\overline{AD}=4$，$\overline{BC}=6$，且梯形 $ABCD$ 的面積為 20，則四邊形 $BCFE$ 的面積為______。



答案：11

解析：設梯形 $ABCD$ 的高為 h

梯形 $ABCD$ 的面積 $=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times h=20$

$\frac{1}{2}\times(4+6)\times h=20$

$h=4$

梯形 $BCFE$ 的面積 $=\frac{1}{2}\times(\overline{EF}+\overline{BC})\times\frac{h}{2}=\frac{1}{2}\times(\frac{4+6}{2}+6)\times 2=11$

難易度：中

11. $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{BC}=40$ cm，且 $\triangle ABC$ 的面積為 300 cm^2，則 $\triangle ABC$ 的內切圓面積＝_ cm^2。

答案：$\frac{400}{9}\pi$

解析：設 $\triangle ABC$ 的高為 h，內切圓半徑為 r，則 $\frac{1}{2}\times 40\times h=300$，$h=15$。

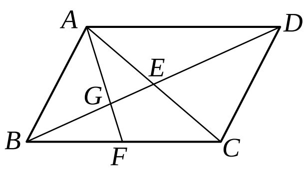
$\overline{AB}=\sqrt{20^2+15^2}=25$，

$\frac{1}{2}\times(25+25+40)\times r=300$，$r=\frac{20}{3}$，

故內切圓面積 $=(\frac{20}{3})^2\pi=\frac{400}{9}\pi$。

難易度：中

12. 如附圖，▱$ABCD$ 的兩對角線 $\overline{AC}$ 和 $\overline{BD}$ 相交於 E 點，F 是 $\overline{BC}$ 中點，且 $\overline{AF}$ 和 $\overline{BD}$ 相交於 G，則 $\triangle AGB$ 面積：$\triangle ECD$ 面積＝______。



答案：2：3

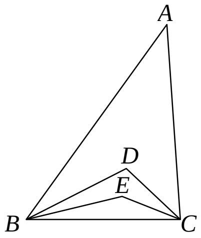
解析：$\triangle AGB$ 面積：$\triangle ECD$ 面積

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$ 面積：$\frac{1}{2}\triangle ACD$ 面積

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$ 面積：$\frac{1}{2}\triangle ABC$ 面積 $=2:3$

難易度：中

13. 如附圖，$\angle A=40°$，$\triangle ABC$ 之內心為 D，$\triangle DBC$ 之內心為 E，則 $\angle BEC=$？



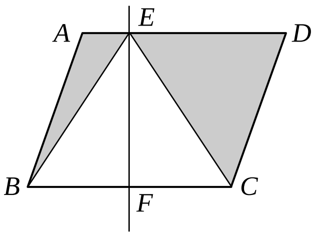
答案：145°

解析：$\angle BDC=90°+\frac{1}{2}\angle A=110°$ ➔ $\angle BEC=90°+\frac{1}{2}\angle BDC=145°$

難易度：中

三、非選題：

13. 如附圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，$\overline{BC}$ 的中垂線分別交 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 於 E、F 兩點，則 ($\triangle ABE$ 面積＋$\triangle CDE$ 的面積)：▱$ABCD$ 的面積的比值為何？



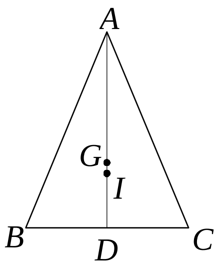
答案：1：2

解析：$\triangle ABE$ 面積＋$\triangle CDE$ 面積 $=\frac{\overline{AE}\times\overline{EF}}{2}+\frac{\overline{ED}\times\overline{EF}}{2}=\frac{(\overline{AE}+\overline{ED})\times\overline{EF}}{2}=\frac{\overline{BC}\times\overline{EF}}{2}$

∴ ($\triangle ABE$ 面積＋$\triangle CDE$ 的面積)：平行四邊形 $ABCD$ 面積 $=\frac{\overline{BC}\times\overline{EF}}{2}$：$\overline{BC}\times\overline{EF}$ $=1：2$

難易度：中

14. 如附圖，等腰$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}=13$，$\overline{BD}=\overline{CD}=5$。若 G 為$\triangle ABC$ 的重心，I 為$\triangle ABC$ 的內心，則 $\overline{IG}$ 的長為多少？



答案：$\frac{2}{3}$

解析：$\overline{AD}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\times12=4$

$\triangle ABC$ 面積$=\frac{1}{2}\times10\times12=\frac{1}{2}(13+13+10)\times\overline{ID}$

$\overline{ID}=\frac{120}{36}=\frac{10}{3}$

$\overline{IG}=4-\frac{10}{3}=\frac{2}{3}$

難易度：中