

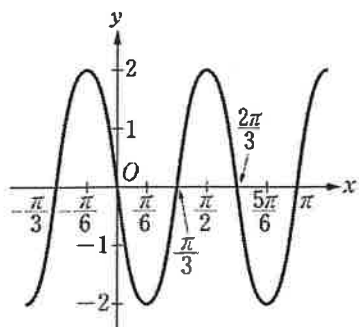
第一部分：單一選擇題 (每題 4 分，共 20 分)

1. 已知 x 為實數，則 $\frac{1-2^{x+1}}{1+2^x}$ 的值有可能是下列哪一個數？
 (A) $\frac{6}{5}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) -2 (E) 2
2. 點 (a, b) 在三直線 $x+2y=4$, $3x+y=3$, $x-y=4$ 所圍成三角形的內部，則下列何者為真？
 (A) $a+2b>4$
 (B) $3a+b<3$
 (C) $a-b<4$
 (D) $a-2b<4$
 (E) $3a-b>3$
3. 請問 $\sin 73^\circ$ 、 $\sin 146^\circ$ 、 $\sin 219^\circ$ 、 $\sin 292^\circ$ 、 $\sin 365^\circ$ 這五個數值的中位數是哪一個？
 (A) $\sin 73^\circ$ (B) $\sin 146^\circ$ (C) $\sin 219^\circ$ (D) $\sin 292^\circ$ (E) $\sin 365^\circ$
4. 雖時鐘是人類最早發明的物品之一，原因是需要持續量測時間間隔，有些自然的時間間隔可以用觀測而得，較短的時間間隔就需要利用時鐘。假設牆上有一時鐘，其中心距離地面 180 公分，其半徑為 50 公分，若早上 8 點整小翊起床，則小翊發現時針與分針重合時是經過幾分鐘後？
 (A) 43 分鐘 (B) $\frac{480}{11}$ 分鐘 (C) 44 分鐘 (D) $\frac{490}{11}$ 分鐘 (E) 45 分鐘
5. 平行四邊形 $ABCD$ 中， $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AC}$ ，設 $\vec{EA} = \vec{a}$ ， $\vec{EB} = \vec{b}$ ，則 $\vec{BC} =$
 (A) $2\vec{a} + \vec{b}$ (B) $2\vec{a} - \vec{b}$ (C) $\vec{b} - 2\vec{a}$ (D) $-\vec{b} - 2\vec{a}$ (E) $\vec{b} + 2\vec{a}$

第二部分：多重選擇題 (每題 5 分，共 25 分)

1. 設 $f(x)$ 為一實係數多項式，且 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)^2$ 的餘式為 $(x-2)^2+g(x)$ ，其中 $g(x)$ 為一次多項式。請選出正確的選項。
 (A) 若知道 $f(1)$ 及 $f(2)$ ，則可求出 $g(x)$
 (B) $f(x)$ 除以 $(x-2)$ 的餘式是 $g(2)$
 (C) $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式是 $g(1)$
 (D) $f(x)$ 除以 $(x-2)^2$ 的餘式是 $g(x)$
 (E) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式是 $x-2+g(x)$
2. 某非洲國家統計境內 20 個行政區的電視機普及率 x 及人民年均收入 y (單位：百萬貝里)，並得出 y 對 x 的最適直線方程式 $y=0.8x+1.6$ ，請選出下列哪些敘述是正確的？
 (A) y 與 x 為正相關
 (B) y 與 x 為高度相關
 (C) 已知該國索泥村的電視機普及率高於三羊村，則可知索泥村的人民較三羊村富有
 (D) 若該國某一地區的電視機普及率為 50%，則可合理推估該地區的人民年均收入為 2 百萬貝里
 (E) 聯合國欲協助該國提升人民的年均收入，則可輸入電視機至該國電視機普及率低的地區
3. 某班人數 60 人，在一次抽考英文、數學、化學的考試中，英文及格者有 41 人，數學及格者有 39 人，化學及格者有 42 人，英、數都不及格者有 14 人，數、化都不及格者有 13 人，英、化都不及格者有 11 人，至少一科不及格者 29 人，則下列哪些選項為真？
 (A) 三科均不及格者有 9 人
 (B) 至少兩科不及格者有 19 人
 (C) 只有英文不及格者有 3 人
 (D) 只有數學不及格者有 3 人
 (E) 只有化學不及格者有 4 人

4. 附圖與哪一個選項的函數圖形相符？



- (A) $y = 2 \sin \frac{x}{3}$
 (B) $y = -2 \sin 3x$
 (C) $y = 2 \sin (x - \frac{\pi}{3})$
 (D) $y = 2 \sin 3 (x + \frac{2\pi}{3})$
 (E) $y = 2 \cos 3 (x + \frac{\pi}{6})$

5. 坐標平面中，向量 $\vec{w}$ 與向量 $\vec{v} = (2, \sqrt{5})$ 互相垂直且等長。請問下列哪些選項是正確的？

- (A) 向量 $\vec{w}$ 必為 $(\sqrt{5}, -2)$ 或 $(-\sqrt{5}, 2)$
 (B) 向量 $\vec{v} + \vec{w}$ 與 $\vec{v} - \vec{w}$ 等長
 (C) 向量 $\vec{v} + \vec{w}$ 與 $\vec{w}$ 的夾角可能為 135°
 (D) 若向量 $\vec{u} = a\vec{v} + b\vec{w}$ ，其中 a, b 為實數，則向量 $\vec{u}$ 的長度為 $\sqrt{a^2 + b^2}$
 (E) 若向量 $(1, 0) = c\vec{v} + d\vec{w}$ ，其中 c, d 為實數，則 $c > 0$

第三部分：填充題 (共 45 分)

1. 試求不等式 $|x-3| + |x+4| < 11$ 的解為 (1)。
 2. 過 $(-6, -6)$ 之直線 L ，被圓 $C: (x+1)^2 + (y-4)^2 = 50$ 所截的弦長為 10，求直線 L 之斜率 (2)。

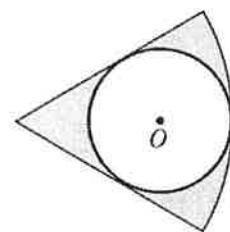
3. 小南帶 120 元打算買 10 元一枝的鉛筆一打，不巧，店裡無 10 元一枝的鉛筆，但有 13 元一枝和 8 元一枝的鉛筆，因此只好買了這兩種鉛筆共一打。如果要使這打鉛筆中含有盡可能多的 13 元一枝的鉛筆，請問 8 元一枝的鉛筆買 (3) 枝。

4. 遞迴數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_n = a_{n-1} + f(n-2)$ ，其中 $n \geq 2$ 且 $f(x)$ 為二次多項式。若 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 5, a_4 = 12$ ，則 $a_5 =$ (4)。

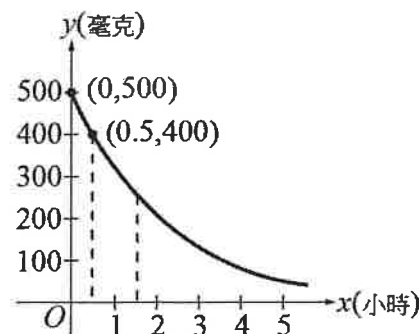
5. 不大於 2000 的正整數中，與 180 的最大公因數為 10 的正整數有 (5) 個。

6. 四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 1, \overline{BC} = 5, \overline{CD} = 5, \overline{DA} = 7$ ，且 $\angle DAB = \angle BCD = 90^\circ$ ，則對角線 $\overline{AC}$ 長為 (6)。

7. 如附圖，扇形的圓心角 $\frac{\pi}{3}$ ，圓 O 的半徑 1 公分且與扇形相切，則灰色部分的面積為 (7) 平方公分。



8. 假設一般病患服用某種藥品，服藥後 x 小時，殘留在胃裡的藥量有 $y = c \times a^x$ (毫克)，其關係圖如附圖。試問該藥服用 $\frac{3}{2}$ 小時後，殘留在體內的藥量有 (8) 毫克。



9. 四邊形 $ABCD$ ，兩對角線 $\overline{AC}, \overline{BD}$ 互相垂直且交於 E 點， $\overline{AE} = 4, \overline{BE} = 6, \overline{CE} = 8, \overline{DE} = 4$ ，求向量內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ 的值為 (9)。

第四部分：素養題 (共 10 分)

1. 「班佛定律」是在說明一堆從實際生活得出的數據中，以 1 為首位數字的數出現機率約為 30.1%，以 2 為首位數字的數出現機率約為 17.6%，並非直覺認為的皆是 $\frac{1}{9}$ 。「班佛定律」可用於檢查各種數據是否造假，使用條件有 2 點，第一是數據至少要有 3000 筆以上，第二是不能有人為操控。當一組數據是自然產生，排序會接近班佛定律的「理想曲線」，該定律經常用於檢查會計、金融以及選舉有無造假。根據上述，回答下列問題：

- (1) 已知下列選項中有一個是「班佛定律」以 x 為首位數字的數出現機率約為 y 的關係式，請根據上述數據判斷出是哪一個選項？(單選題)(4 分)

(A) $y = \log(x+1)$

(B) $y = 0.3 - \log x$

(C) $y = \log\left(\frac{x+1}{x}\right)$

(D) $y = \log\left(\frac{5}{2} - \frac{x}{2}\right)$

- (2) 在 2020 年某國總統大選造假爭議不斷，有人分析某位候選人在某地區的所有開票所的得票數，發現得票數是以 4 為首位數字的開票所大約有 970 個，根據「班佛定律」推測，得票數是以 6 為首位數字的開票所大約有幾個？(6 分)

參考數值：

$$\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771, \log 7 = 0.8451$$

高雄市正義中學高中部 111 學年度第一學期第二次期中考數學科答案卷

【高三社會組】

命題教師：王廷璋

高三年_____班 座號：_____ 姓名：_____

第一部分：單一選擇題 20% (每題 4 分)

1	2	3	4	5
B	C	E	B	D

第二部分：多重選擇題 25% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4	5
ABD	AD	ACD	BE	ABE

第三部分：填充題 45% (配分如下量尺)

(1)	$-6 < x < 5$	(2)	$\frac{3}{4}$	(3)	8
(4)	25	(5)	67	(6)	$\sqrt{32}$
(7)	$\frac{\pi}{2}$	(8)	256	(9)	-56

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	14	20	25	30	33	36	40	45

第四部分：素養題 10% (此部分請寫出詳細計算過程)

2. 「班佛定律」是在說明一堆從實際生活得出的數據中，以 1 為首位數字的數出現機率約為 30.1%，以 2 為首位數字的數出現機率約為 17.6%，並非直覺認為的皆是 $\frac{1}{9}$ 。「班佛定律」

可用於檢查各種數據是否造假，使用條件有 2 點，第一是數據至少要有 3000 筆以上，第二是不能有人為操控。當一組數據是自然產生，排序會接近班佛定律的「理想曲線」，該定律經常用於檢查會計、金融以及選舉有無造假。根據上述，回答下列問題：

(1) 已知下列選項中有一個是「班佛定律」以 x 為首位數字的數出現機率約為 y 的關係式，請根據上述數據判斷出是哪一個選項？(單選題)(4 分)

(A) $y = \log(x+1)$ (B) $y = 0.3 - \log x$ (C) $y = \log\left(\frac{x+1}{x}\right)$ (D) $y = \log\left(\frac{5}{2} - \frac{x}{2}\right)$

(2) 在 2020 年某國總統大選造假爭議不斷，有人分析某位候選人在某地區的所有開票所得票數，發現得票數是以 4 為首位數字的開票所大約有 970 個，根據「班佛定律」推測，得票數是以 6 為首位數字的開票所大約有幾個？(6 分)

參考數值： $\log 2 = 0.3010$ 、 $\log 3 = 0.4771$ 、 $\log 7 = 0.8451$

(1)

(A) $x=1 : y = \log 2 = 0.3010$

$x=2 : y = \log 3 = 0.4771$ (不合)

(B) $x=1 : y = 0.3 - 0 = 0.3$

$x=2 : y = 0.3 - \log 2 = -0.010$ (不合)

(C) $x=1 : y = \log \frac{2}{1} = 0.3010$

$x=2 : y = \log \frac{3}{2} = 0.4771 - 0.3010 = 0.1761$

故選(C)

(2)

由(1)得 $y = \log \frac{x+1}{x}$

由 $x=4 : y = \log \frac{5}{4} = 1 - 3 \times 0.3010 = 0.0970$

$x=6 : y = \log \frac{7}{6} = 0.8451 - 0.7781 = 0.0670$

由 $\frac{970}{n} = \frac{0.0970}{0.0670} \Rightarrow n = 670$

∴得票數是以 6 為首位數字的開票所大約有 670 個

