

高雄市正義中學高中部 111 學年度第一學期期末考數學科試題卷

【高三自然組】

命題教師：余慕貞

第一部分：單一選擇題（每題 4 分，共 20 分）

1. 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ，若 $\log x \approx 3.3$ ，則 x 之值最接近下列何者？
(A) 1000 (B) 2000 (C) 3000 (D) 4000 (E) 5000
2. 坐標平面上有一點 $P(4, 5)$ ，若有一斜率小於 0 的直線 L 通過 P 點，分別交 x 、 y 軸於 A 、 B 兩點，且已知 $\overline{PB} = 2\overline{PA}$ ，則直線 L 與 x 、 y 軸所圍成的面積為下列何者？
(A) $\frac{40}{3}$ (B) $\frac{45}{2}$ (C) 30 (D) 40 (E) 45
3. 連續假期將至，7 位好友相約出遊，夜晚要入住四間不同的套房，若每間套房都至少要住 1 人，且 7 人中的阿智、小宇、軒軒 3 人必須入住三間不同的套房，則共有幾種不同的入住方式？
(A) 1050 種 (B) 4200 種 (C) 4608 種 (D) 6144 種 (E) 7776 種
4. 某大學舉辦三場個人申請面試，每位參加申請的學生必須依序進行面試，通過第一場面試的學生才能繼續參加下一場面試，直到通過三場面試為止才能錄取。若貞貞通過每一場面試的機率均為 $\frac{3}{4}$ ，且此三場面試通過與否互不影響。已知貞貞最後未能錄取，試問在此條件下，貞貞在第二場面試被淘汰的機率為下列何者？
(A) $\frac{3}{16}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{12}{37}$ (D) $\frac{4}{7}$ (E) $\frac{3}{4}$
5. 在坐標空間中，已知平面 $E: ax + by + 3z = 3$ 上與點 $A(c, 0, 7)$ 最近的點為 $B(1, 2, 1)$ ，則下列何者正確？
(A) $a + b = -1$ (B) $a + c = 3$ (C) $a^2 - b^2 = 5$
(D) $a - b - c = 2$ (E) $b + c = 4$

第二部分：多重選擇題 (每題 5 分，共 25 分)

1. 試問下列哪些選項中的解與不等式 $(x-1)(x+2) \leq 0$ 的解相同？

- (A) $(x-1)^2(x+2)^2 \leq 0$
- (B) $(x-1)^3(x+2)^5 \leq 0$
- (C) $(x-2)^2(x-1)(x+1) \leq 0$
- (D) $x^2(x-1)(x+2) \leq 0$
- (E) $(3x^2+x+7)(x^2+x-2)$

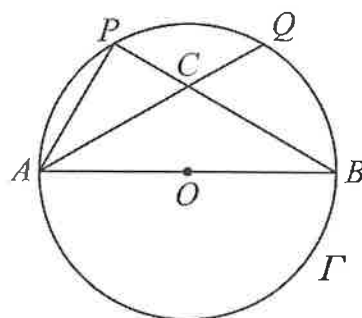
2. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 為公差 $d < 0$ 的等差數列，若 $|a_{10}| = |a_{19}|$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $a_1 < 0$
- (B) $a_{10} + a_{19} < 0$
- (C) $a_2 + a_{28} < 0$
- (D) $|a_{15}| + |a_{17}| = 2a_{13}$
- (E) 當 $n=14$ 時，此數列前 n 項之和 S_n 有最大值

3. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 2$ ，且 $\cos B = 2\cos C$ ，試選出正確的選項。

- (A) $3\sin B = 2\sin C$
- (B) $\sin A > \sin B + \sin C$
- (C) $\overline{BC} = 3\cos B + 2\cos C$
- (D) $\triangle ABC$ 為鈍角三角形
- (E) $\overline{AC}$ 在直線 AB 上的正射影長為 $\frac{1}{2}$

4. 如右圖，已知 A 、 B 、 P 、 Q 為圓 Γ 上相異四點，圓 Γ 的圓心 O 位於 $\overline{AB}$ 上，弧 PQ 與弧 BQ 的長度相等， $\overline{AQ}$ 與 $\overline{PB}$ 交於 C ，且 $\overline{PC} = 3$ ， $\overline{BC} = 6$ ，試選出正確的選項。



- (A) $\cos \angle BAP = \frac{1}{3}$
- (B) $\cos \angle CAP = \frac{2}{3}$
- (C) $\triangle ABC$ 的面積為 $9\sqrt{3}$
- (D) 弧 PQ 的長度為 $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$
- (E) 扇形 BOQ 的面積為 $\frac{9\pi}{2}$

5. 已知 a 、 b 、 c 、 d 均為實數且滿足 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 4$ ，試選出正確的選項。

(A) x 、 y 的二元一次方程式 $\begin{cases} 3ax + by = 1 \\ 3cx + dy = 2 \end{cases}$ 恰有一解

(B) x 、 y 的二元一次方程式 $\begin{cases} ax + y = b \\ cx + 2y = d \end{cases}$ 的解可能為 $(x, y) = (0, 0)$

(C) $\begin{vmatrix} a+b & a-b \\ c+d & c-d \end{vmatrix} = -8$

(D) 若 $\vec{V_1} = (a, b)$ ， $\vec{V_2} = (c, d)$ ，則 $\vec{V_1}$ 與 $\vec{V_2}$ 可能平行

(E) 若 $a^2 + b^2 = 2$ ，則 $c^2 + d^2$ 的最小值為 8

第三部分：填充題 (共 45 分)

1. 設實係數多項式函數 $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 1$ ，若 $a + c = 4$ ， $b + d = 5$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 - 1$ 之餘式為 (1)。
2. 已知 a 、 b 、 c 為三個正整數，且此三數的中位數為 40，算術平均數為 50，若此三數的全距最大為 M ，最小為 m ，則 $M + m =$ (2)。
3. 已知潭底社區、頂寮社區、忠義社區兩兩相距 5 公里、4 公里、 $\sqrt{5}$ 公里，因為地勢低窪，所以每年逢雨必淹，於是社區自救會計畫設立一個抽水站到三社區的距離相等，試問此抽水站到三社區的距離為 (3) 公里。
4. 設 m 為實數，若在坐標平面上，圓 $C: (x+4)^2 + (y+6)^2 = 25$ 與直線 $L: y = m(x+1) + 5$ 的兩個交點位於不同象限，則 m 的範圍為 (4)。
5. 設 $k > 1$ ，在坐標平面上，已知 $A(0, 11)$ 、 $B(k, 0)$ ，且 C 為 $y = \log_2 x$ 的圖形上一點，若 A 、 B 、 C 三點共線並滿足 $\overline{AC} : \overline{BC} = 8 : 3$ ，則 $k =$ (5)。
6. 設 $O(0, 0, 0)$ 、 $A(5, 0, 0)$ 、 $B(0, t, 0)$ 、 $C(0, 0, 3)$ 為空間中相異四點，過 O 點作 $\overline{OD}$ 垂直 $\overline{AB}$ 於 D 點，若 $\overline{OD} = 3$ ，則 $\triangle ADC$ 的面積為 (6)。
7. 在四面體 $A-BCD$ 中， $B(1, 5, -2)$ 、 $C(3, 2, 3)$ ，點 $A(a, b, c)$ 在平面 BCD 的投影點為 $E(2, 4, 1)$ ，且 A 點到平面 BCD 的距離為 $6\sqrt{2}$ ，若 $c < 0$ ，則序組 $(a, b, c) =$ (7)。

8. 若 $L_1: \frac{2-x}{2} = \frac{y+8}{2} = \frac{z+8}{3}$ 與 $L_2: \frac{2-x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{3}$ 為平面 $E: 5x+by+cz+d=0$ 上的兩直線，則 $b+c+d$ 之值為 (8)。

9. 設 $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ， $\vec{b} = (b_1, b_2)$ ， $\vec{c} = (c_1, c_2)$ ， $\vec{d} = (d_1, d_2)$ ，已知 $\vec{a} \cdot \vec{c} = -5$ ，

$$\vec{a} \cdot \vec{d} = 4, \vec{b} \cdot \vec{c} = 22, \vec{b} \cdot \vec{d} = 0, \text{ 且 } A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix},$$

則 $AB =$ (9)。

第四部分：素養題 (共 10 分)

1. 自從 2019 年年底發現「新冠肺炎 (COVID - 19)」，2020 年初在世界各地爆發以來，至今尚未有消失的跡象，其可能致死以及對感染者產生身心煎熬的後遺症，造成了人們很大的恐慌。於是各國不斷研究「新冠肺炎」的快篩檢測試劑，以求能快速且有效地檢驗出帶原者體內是否真正有病毒的存在。現有某廠牌的快篩試劑，檢驗帶原者，有 95% 的機率會呈現陽性；檢驗非帶原者，有 90% 的機率會呈現陰性。如果某地區有 0.2% 的居民為帶原者，今從此地區任選 1 人接受此試劑篩檢，試問：

(1) 此人為帶原者且篩檢結果為陽性(真陽性)的機率最接近下列哪一選項？(單選)

(A) 0.001 (B) 0.002 (C) 0.003 (D) 0.004 (E) 0.005

(2) 此人為非帶原者且篩檢結果為陽性(偽陽性)的機率最接近下列哪一選項？

(單選)

(A) 0.1 (B) 0.2 (C) 0.3 (D) 0.4 (E) 0.5

(3) 此人連續篩檢兩次(兩次結果互不影響)，已知兩次檢測結果皆為陽性反應，試評估此人確實為帶原者的機率。(四捨五入取到小數點後第二位)

高雄市正義中學高中部 111 學年度第一學期期末考數學科答案卷

【高三自然組】 解答

命題教師：余慕貞

高三年____班 座號：_____ 姓名：_____

第一部分：單一選擇題 20% (每題 4 分)

1	2	3	4	5
B	E	B	C	E

第二部分：多重選擇題 25% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4	5
BDE	CDE	ACE	CE	ACE

第三部分：填充題 45% (配分如下量尺)

(1)	$5x + 5$	(2)	138	(3)	$\frac{5\sqrt{95}}{19}$
(4)	$-14 < m < -8$	(5)	11	(6)	$6\sqrt{2}$
(7)	$(10, 6, -1)$	(8)	-46	(9)	$\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 22 & 0 \end{bmatrix}$

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	14	20	25	30	33	36	40	45

第四部分：素養題 10%（此部分請寫出詳細計算過程）

1. 自從 2019 年年底發現「新冠肺炎 (COVID - 19)」，2020 年年初在世界各地爆發以來，至今尚未有消失的跡象，其可能致死以及對感染者產生身心煎熬的後遺症，造成了人們很大的恐慌。於是各國不斷研究「新冠肺炎」的快篩檢測試劑，以求能快速且有效地檢驗出帶原者體內是否真正有病毒的存在。現有某廠牌的快篩試劑，檢驗帶原者，有 95% 的機率會呈現陽性；檢驗非帶原者，有 90% 的機率會呈現陰性。如果某地區有 0.2% 的居民為帶原者，今從此地區任選 1 人接受此試劑篩檢，試問：

(1) 此人為帶原者且篩檢結果為陽性(真陽性)的機率最接近下列哪一選項？(單選-3 分)

(A) 0.001 (B) 0.002 (C) 0.003 (D) 0.004 (E) 0.005

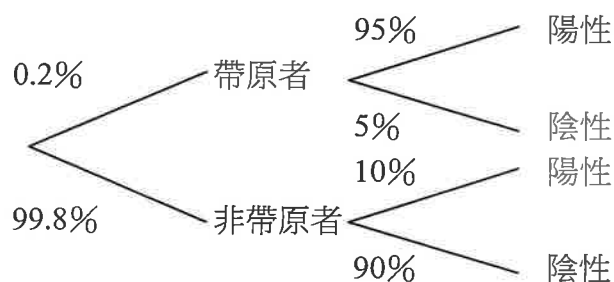
(2) 此人為非帶原者且篩檢結果為陽性(偽陽性)的機率最接近下列哪一選項？

(單選-3 分)

(A) 0.1 (B) 0.2 (C) 0.3 (D) 0.4 (E) 0.5

(3) 此人連續篩檢兩次(兩次結果互不影響)，已知兩次檢測結果皆為陽性反應，試評估此人確實為帶原者的機率。(4 分)(四捨五入取到小數點後第二位)

(1)

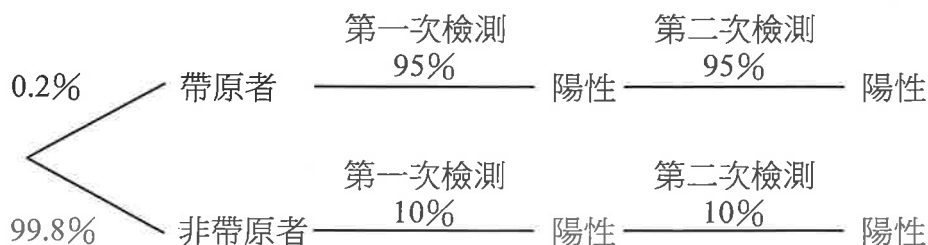


$$0.2\% \times 95\% = \frac{2}{1000} \times \frac{95}{100} = 0.0019 \approx 0.002, \text{ 故選(B) }。$$

(2)

$$99.8\% \times 10\% = \frac{998}{1000} \times \frac{1}{10} = 0.0998 \approx 0.1。 \text{ 故選(A) }。$$

(3)



所求機率

$$\begin{aligned} & \frac{0.2\% \times 95\% \times 95\%}{0.2\% \times 95\% \times 95\% + 99.8\% \times 10\% \times 10\%} \\ &= \frac{0.2 \times 95 \times 95}{0.2 \times 95 \times 95 + 998 \times 10} = \frac{19 \times 19}{19 \times 19 + 998 \times 2} = \frac{361}{2357} \approx 0.15。 \end{aligned}$$