

高雄市正義中學高中部 111 學年度第一學期期末考數學科試題卷

【高三社會組】 命題教師：余慕貞、王廷璋

第一部分：單一選擇題 (每題 4 分，共 20 分)

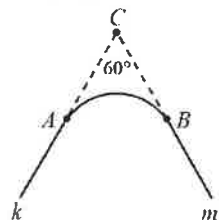
- 已知 $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, 若 $\log x \approx 3.3$, 則 x 之值最接近下列何者?
(A) 1000 (B) 2000 (C) 3000 (D) 4000 (E) 5000
- 坐標平面上有一點 $P(4, 5)$, 若有一斜率小於 0 的直線 L 通過 P 點, 分別交 x 、 y 軸於 A 、 B 兩點, 且已知 $\overline{PB} = 2\overline{PA}$, 則直線 L 與 x 、 y 軸所圍成的面積為下列何者?
(A) $\frac{40}{3}$ (B) $\frac{45}{2}$ (C) 30 (D) 40 (E) 45
- 連續假期將至, 7 位好友相約出遊, 夜晚要入住四間不同的套房, 若每間套房都至少要住 1 人, 且 7 人中的阿智、小宇、軒軒 3 人必須入住三間不同的套房, 則共有幾種不同的入住方式?
(A) 1050 種 (B) 4200 種 (C) 4608 種 (D) 6144 種 (E) 7776 種
- 某大學舉辦三場個人申請面試, 每位參加申請的學生必須依序進行面試, 通過第一場面試的學生才能繼續參加下一場面試, 直到通過三場面試為止才能錄取。若貞貞通過每一場面試的機率均為 $\frac{3}{4}$, 且此三場面試通過與否互不影響。已知貞貞最後未能錄取, 試問在此條件下, 貞貞在第二場面試被淘汰的機率為下列何者?
(A) $\frac{3}{16}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{12}{37}$ (D) $\frac{4}{7}$ (E) $\frac{3}{4}$
- 下列矩陣中, 試選出矩陣乘法有意義且等式正確的選項?
(A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 39 \end{bmatrix}$
(D) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 109 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -110 \end{bmatrix}$

第二部分：多重選擇題 (每題 5 分，共 25 分)

- 試問下列哪些選項中的解與不等式 $(x-1)(x+2) \leq 0$ 的解相同?
(A) $(x-1)^2(x+2)^2 \leq 0$
(B) $(x-1)^3(x+2)^5 \leq 0$
(C) $(x-2)^2(x-1)(x+1) \leq 0$
(D) $x^2(x-1)(x+2) \leq 0$
(E) $(3x^2+x+7)(x^2+x-2)$
- 設數列 $\{a_n\}$ 為公差 $d < 0$ 的等差數列, 若 $|a_{10}| = |a_{19}|$, 則下列哪些選項是正確的?
(A) $a_1 < 0$ (B) $a_{10} + a_{19} < 0$
(C) $a_2 + a_{28} < 0$ (D) $|a_{15}| + |a_{17}| = 2a_{13}$
(E) 當 $n=14$ 時, 此數列前 n 項之和 S_n 有最大值
- 設 $\sin \theta = -\frac{3}{5}$, 且 θ 為第四象限角, 試選出正確的選項。
(A) $\cos \theta = \frac{4}{5}$ (B) $\tan \theta = -\frac{4}{3}$ (C) $\sin(\pi - \theta) = \frac{3}{5}$
(D) $\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = \frac{3}{5}$ (E) $\tan(\theta - \pi) = \frac{3}{4}$
- 考慮函數 $f(x) = 4 \sin 3x$, 試問下列選項何者為真?
(A) $-4 \leq f(x) \leq 4$ (B) $f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 時有最大值
(C) $f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{2}$ 時有最小值 (D) $y = f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x + \frac{\pi}{6} = 0$
(E) $f(2) > 0$
- $A(3, -2, 1)$, $B(4, 2, 2)$, 若 C 在 x 軸上且 $\overline{CA} = \overline{CB}$, 則下列何者正確?
(A) $C(5, 0, 0)$ (B) $C(-5, 0, 0)$ (C) $\triangle ABC$ 為正 $\triangle$
(D) $\triangle ABC$ 為等腰 $\triangle$ (E) $\triangle ABC$ 面積為 $\frac{9}{2}$

第三部分：填充題 (共 45 分)

1. 設實係數多項式函數 $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 1$ ，若 $a + c = 4$ ， $b + d = 5$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 - 1$ 之餘式為 (1)。
2. 已知 a 、 b 、 c 為三個正整數，且此三數的中位數為 40，算術平均數為 50，若此三數的全距最大為 M ，最小為 m ，則 $M + m =$ (2)。
3. 設 $P(a, b, c)$ 其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $c > 0$ ，已知 P 與 x 軸之距離為 5， P 與 y 軸之距離為 $\sqrt{21}$ ， P 與 xy 平面之距離為 3，則 P 之坐標為 (3)。
4. 設 m 為實數，若在坐標平面上，圓 $C: (x+4)^2 + (y+6)^2 = 25$ 與直線 $L: y = m(x+1) + 5$ 的兩個交點位於不同象限，則 m 的範圍為 (4)。
5. $\log_2 3 \cdot \log_7 64 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 49 =$ (5)。
6. 設 A, B 為兩事件，若 $P(A) = \frac{1}{4}$ ， $P(B) = \frac{2}{3}$ ， $P(A \cap B) = \frac{2}{9}$ ，試求 $P(A' | B') =$ (6)。
7. 已知平面上 A, B, C 三點不共線，若 $(a+1)\overrightarrow{AB} + (2a-b)\overrightarrow{BC} + (a+b+2)\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$ ，求數對 $(a, b) =$ (7)。
8. 設 $\overrightarrow{u} = (15, 5)$ 且直線 $L: 3x - y + 2 = 0$ ，則 $\overrightarrow{u}$ 在 L 上的正射影為 (8)。(以坐標表示法)。
9. 兩條公路 k 及 m ，如果筆直延伸將交會於 C 處成 60° 夾角，如圖所示。為銜接此二公路，規劃在兩公路各距 C 處 300 公尺的 A, B 兩點間開拓成圓弧型公路，使 k, m 分別在 A, B 與此圓弧相切，則此圓弧長 = (9) 公尺。



第四部分：素養題 (共 10 分)

1. 自從 2019 年年底發現「新冠肺炎 (COVID-19)」，2020 年年初在世界各地爆發以來，至今尚未有消失的跡象，其可能致死以及對感染者產生身心煎熬的後遺症，造成了人們很大的恐慌。於是各國不斷研究「新冠肺炎」的快篩檢測試劑，以求能快速且有效地檢驗出帶原者體內是否真正有病毒的存在。現有某廠牌的快篩試劑，檢驗帶原者，有 95% 的機率會呈現陽性；檢驗非帶原者，有 90% 的機率會呈現陰性。如果某地區有 0.2% 的居民為帶原者，今從此地區任選 1 人接受此試劑篩檢，試問：
 - (1) 此人為帶原者且篩檢結果為陽性(真陽性)的機率最接近下列哪一選項？(單選)
(A) 0.001 (B) 0.002 (C) 0.003 (D) 0.004 (E) 0.005
 - (2) 此人為非帶原者且篩檢結果為陽性(偽陽性)的機率最接近下列哪一選項？(單選)
(A) 0.1 (B) 0.2 (C) 0.3 (D) 0.4 (E) 0.5
 - (3) 此人連續篩檢兩次(兩次結果互不影響)，已知兩次檢測結果皆為陽性反應，試評估此人確實為帶原者的機率。(四捨五入取到小數點後第二位)

高雄市正義中學高中部 111 學年度第一學期期末考數學科答案卷

【高三社會組】 解答 命題教師：余慕貞、王廷璋

高三年__班 座號：__ 姓名：__

第一部分：單一選擇題 20% (每題 4 分)

1	2	3	4	5
B	E	B	C	E

第二部分：多重選擇題 25% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4	5
BDE	CDE	AD	ABCD	ADE

第三部分：填充題 45% (配分如下量尺)

(1)	$5x + 5$	(2)	138	(3)	$(2\sqrt{3}, 4, 3)$
(4)	$-14 < m < -8$	(5)	12	(6)	$\frac{11}{12}$
(7)	$(0, -1)$	(8)	$(3, 9)$	(9)	$\frac{200\sqrt{3}}{3}\pi$

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	8	14	20	25	30	33	36	40	45

第四部分：素養題 10% (此部分請寫出詳細計算過程)

1. 自從 2019 年年底發現「新冠肺炎 (COVID-19)」，2020 年年初在世界各地爆發以來，至今尚未有消失的跡象，其可能致死以及對感染者產生身心煎熬的後遺症，造成了人們很大的恐慌。於是各國不斷研究「新冠肺炎」的快篩檢測試劑，以求能快速且有效地檢驗出帶原者體內是否真正有病毒的存在。現有某廠牌的快篩試劑，檢驗帶原者，有 95% 的機率會呈現陽性；檢驗非帶原者，有 90% 的機率會呈現陰性。如果某地區有 0.2% 的居民為帶原者，今從此地區任選 1 人接受此試劑篩檢，試問：

(1) 此人為帶原者且篩檢結果為陽性(真陽性)的機率最接近下列哪一選項？(單選-3 分)

(A) 0.001 (B) 0.002 (C) 0.003 (D) 0.004 (E) 0.005

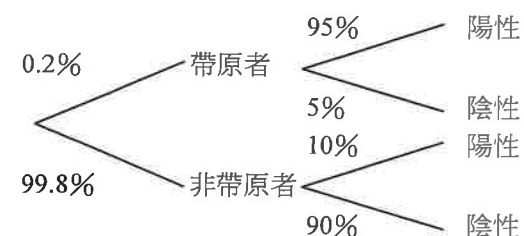
(2) 此人為非帶原者且篩檢結果為陽性(偽陽性)的機率最接近下列哪一選項？

(單選-3 分)

(A) 0.1 (B) 0.2 (C) 0.3 (D) 0.4 (E) 0.5

(3) 此人連續篩檢兩次(兩次結果互不影響)，已知兩次檢測結果皆為陽性反應，試評估此人確實為帶原者的機率。(4 分)(四捨五入取到小數點後第二位)

(1)



$$0.2\% \times 95\% = \frac{2}{1000} \times \frac{95}{100} = 0.0019 \approx 0.002, \text{ 故選(B).}$$

(2)

$$99.8\% \times 10\% = \frac{998}{1000} \times \frac{1}{10} = 0.0998 \approx 0.1. \text{ 故選(A).}$$

(3)



所求機率

$$\begin{aligned} &= \frac{0.2\% \times 95\% \times 95\%}{0.2\% \times 95\% \times 95\% + 99.8\% \times 10\% \times 10\%} \\ &= \frac{0.2 \times 95 \times 95}{0.2 \times 95 \times 95 + 998 \times 10} = \frac{19 \times 19}{19 \times 19 + 998 \times 2} = \frac{361}{2357} \approx 0.15. \end{aligned}$$