

高雄市正義中學高中部 111 學年度第一學期第二次期中考數學科試題卷

【高二社會組/自然組】

命題教師：吳孟珍

◆請將答案直接書寫在試題卷上

第一部分：單一選擇題 (每題 4 分，共 20 分)

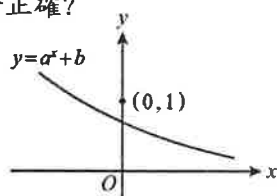
1. $y=2^x$ 的圖形與下列哪一的選項的函數圖形不相交？

- (1) $y=3^x$
- (2) $y=3^x+1$
- (3) $y=3^x-1$
- (4) $y=3^{x+1}$
- (5) $y=3^{x-1}$

2. 右圖為 $y=a^x+b$ 的部分圖形，其中 a, b 均為常數，則下列何者正確？

- (1) $a>1$ 且 $b>0$
- (2) $a>1$ 且 $b<0$
- (3) $0<a<1$ 且 $b>0$
- (4) $0<a<1$ 且 $b<0$

(5) 此函數的 y 值恆正，圖形不與 x 軸相交



3. 三角函數 $y=\sin x$ 的圖形與下列哪一個對數函數的圖形有最多交點？

- (1) $y=\log x+2$
- (2) $y=\log x+1$
- (3) $y=\log x$
- (4) $y=\log x-1$
- (5) $y=\log x-2$

4. 對某數 N 取一次 $\log$ 後，其值為 x ，再對 x 取一次 $\log$ 後，其值為 111，試問 N 是幾位數？

- (1) 111+1 位
- (2) 10^{111} 位
- (3) $10^{111}+1$ 位
- (4) $10^{10^{111}}$ 位
- (5) $10^{10^{111}}+1$ 位

5. x, y 為正實數，則下列哪一個不等式恆成立？

- (1) $x^{100} > 2^x$
- (2) $x^{\log x} \geq 1$
- (3) $10^x + \log x \geq 0$
- (4) $\log x \cdot \log y \geq \log x + \log y$
- (5) $2^x \cdot 2^y \geq 2^x + 2^y$

第二部分：多重選擇題 (每題 5 分，共 25 分)

1. 設 $a>0$ 且 $a \neq 1$ ，則 $y=a^x$ 的圖形與下列那些直線必會有交點？

- (1) x 軸
- (2) y 軸
- (3) $y=0.001$
- (4) $y=10000$
- (5) $y=-1$

2. 已知點 $(3, -1)$ 在函數 $y=\log_a x$ 的圖形上，試問下列那些選項正確？

- (1) $\log_a \frac{1}{3} < 1$
- (2) $\log_a 10 < -2$
- (3) $\log_a 2 > -\frac{1}{2}$
- (4) 點 $(-1, 3)$ 在函數 $y=a^x$ 的圖形上
- (5) $y=\log_a x, y=a^x$ 和 $y=x$ 三函數圖形交於同一點

3. 坐標平面上，在函數圖形 $y=2^x$ 上，標示 A, B, C, D 四點，其 x 坐標分別為 $-1, 0, 1, 2$ 。請選出正確的選項？(多選)

- (1) 點 B 落在直線 AC 上方
- (2) 在直線 AB ，直線 BC ，直線 CD 中，以直線 AB 的斜率最大
- (3) A, B, C, D 四點，以點 A 最靠近 x 軸
- (4) 直線 $y=2x$ 與 $y=2^x$ 的圖形有兩個交點
- (5) 點 A 與點 C 對稱於 y 軸

4. 設函數 $f(x)=3^{x-2}-4$ 圖形的漸近線為 L_1 ，函數 $g(x)=-1+\log(x-3)$ 圖形的漸近線為 L_2 ，且 L_1 與 $y=g(x)$ 的圖形交於 A 點， L_2 與 $y=f(x)$ 的圖形交於 B 點，試問下列那些選項正確？

- (1) 函數 $y=3^x-4$ 圖形的漸近線亦為 L_1
- (2) 函數 $y=-1+\log x$ 圖形的漸近線亦為 L_2
- (3) L_1 和 L_2 交於點 $(2, -1)$
- (4) A 點在第四象限
- (5) B 點在第二象限

5. 設 a, b, c, d 為實數且滿足 $\log a=2.1, \log b=4, 10^c=3, 10^d=7$ ，試選出正確的選項？

- (1) $a \times b = 10^{8.4}$
- (2) $\frac{a}{b} = 10^{-1.9}$
- (3) $c+d = \log 21$
- (4) $3a > \frac{b}{7}$
- (5) $b > a > d > c$

第三部分：填充題 (共45分)

1. 將 $f(x)=\log_2 x$ 的圖形，向右平移 2 單位，再向上平移 1 單位，得 $g(x)=\log_2(ax+b)$ 的圖形，將 $h(x)=3^x$ 的圖形，向左平移 1 單位，再向上平移 2 單位，得到 $T(x)=3^{x-h}+k$ 的圖形，則數對 $(a, b, h, k)=$ _____。

2. 將 $f(x)=\log_3 x$ 的圖形，分別對稱於 x 軸與直線 $y=x$ ，可得 $y=g(x)$ 與 $y=h(x)$ 的圖形，求 $g(9)+h(2)$ 的值為 _____。

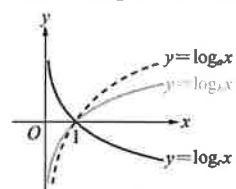
3. 設 $\log_{(x-1)} x$ 有意義，求 x 的範圍為 _____。

4. 設 $\log_2 3=a$ ， $\log_3 7=b$ ，試求 a, b 表示 $\log_6 14=$ _____。

5. 試求 $(\log_5 10)(\log_{10} 20)(\log_{20} 25)$ 之值 = _____。

6. $(\frac{3}{5})^{100}$ 在小數點後第 m 位數字開始不為 0，又此數字是 n ，則數對 $(m, n)=$ _____。

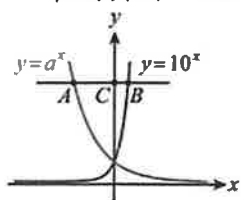
7. 設 $y=\log_a x$ ， $y=\log_b x$ ， $y=\log_c x$ 的圖形如右，試比較 $a, b, c, 0, 1$ 之大小為 _____。



8. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，若 $a=2^{47}$ ， $b=3^{29}$ ， $c=6^{18}$ ，試問 a, b, c 三數的大小關係為 _____。

9. 過點 $P(-5, 5)$ 且與直線 $L: x-y=0$ 垂直的直線 L' ，分別交函數 $f(x)=2^x$ 與 $g(x)=\log_2 x$ 兩圖形於 A, B 兩點，求 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 之值為 _____。

10. 如圖，一水平線分別與 $y=a^x$ 、 $y=10^x$ 的圖形和 y 軸交於 A, B, C 三點，已知 A, B 在 y 軸的異側，且 $\overline{AC}:\overline{BC}=3:1$ ，則 $a=$ _____。



11. 若 x, y 為兩正實數，且滿足 $x^{\frac{-1}{3}}y^2=1$ 及 $2\log y=1$ ，則 $\frac{x-y^2}{10}=$ _____。

12. 設 x 與 y 的關係式為 $y=18\log(\frac{x}{3})^2$ ，且當 $x=x_1, x_2$ 時，其對應的 y 值分別為 y_1, y_2 ，其中 x_1, x_2 為正實數。若 $x_2=100x_1$ ，則 $y_2-y_1=$ _____。

13. 在坐標平面上， Γ 是邊長為 4 的正方形，其中心位在點 $(1, 1)$ ，且各邊與坐標軸平行。已知函數 $y=a \times 2^x$ 的圖形與 Γ 相交，其中 a 為實數，則 a 的最大可能範圍為 _____。

14. 某品牌計算機在計算對數 $\log_a b$ 時需按 $\boxed{\log} \boxed{(\boxed{a}, \boxed{b})}$ 。某生在計算 $\log_a b$ 時 (其中 $a>1$ 且 $b>1$) 順序弄錯，誤按 $\boxed{\log} \boxed{(\boxed{b}, \boxed{a})}$ ，所得為正確值的 $\frac{9}{4}$ 倍，則出 a, b 的關係式為 _____。

15. 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 之首項 a_1 與公差 d 皆為正數，且 $\log a_1, \log a_4, \log a_8$ 依序也成等差數列，則數列 $\log a_1, \log a_3, \log a_6$ 的公差。

16. 設 x 為實數，且 $3^{x^2}=2^{\log_3 2}$ ，則 $3^x=$ _____ (有兩解)

第四部分：混合題或非選擇題 (佔 10 分，此部分請寫出詳細計算過程)

說明：本部分共有 1 題組，每一組題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。

選擇題與非選擇題作圖部分使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。非選擇提請由左而右橫式書寫試，作答時需寫出計過程或理由，否則將酌予扣分。

1. 演奏樂器時的聲音高低與頻率大小有關，若將頻率 x 赫茲轉換成音階 y 時，可以用 $y=-97+40\log x$ 表示。假設 $y=0$ 時為中央 Do 的音，已知 $\log 2.66 \approx 0.425$ ， $\log 2 \approx 0.301$ ，試問：

(1) 關於音階與頻率的關係， $y=-97+40\log x$ ，下列選項哪些是正確的？(多選題)5%

- (A) 頻率越大，音階越高
- (B) 依照此函數的定義，音階可以是負數
- (C) 1000 赫茲的音階為 23
- (D) 頻率 10000 赫茲的聲音與頻率 1000 赫茲的聲音，其音階差距為 10
- (E) 人類聽力的上線為 20000 赫茲，其音階超過 100

(2) 中央 Do 的頻率約為 _____ 赫茲。(答案約至整數)2%

(3) 已知高音 Do 的頻率為中央 Do 的兩倍，則高音 Do 的音階為 _____。(答案約至整數)3%

高雄市正義中學高中部 111 學年度第一學期第二次期中考數學科答案卷

【高二社會組/自然組】 命題教師：吳孟珍

高二年_____班 座號：_____ 姓名：_____

第一部分：單一選擇題 20% (每題 4 分)

1	2	3	4	5
2	4	5	3	2

第二部分：多重選擇題 25% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4	5
234	245	34	14	235

第三部分：填充題 45% (配分如下量尺)

1	$(2, -4, -1, 2)$	2	7	3	$x > 1$ ，但 $x \neq 2$	4	$\frac{1+ab}{1+a}$
5	2	6	$(23, 6)$	7	$b > a > 1 > c > 0$	8	$a > c > b$
9	$10\sqrt{2}$	10	$10^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{10}}$	11	99	12	72
13	$-2 \leq a \leq 6$	14	$a^2 = b^3$	15	$\log \frac{4}{3}$	16	2 或 $\frac{1}{2}$

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	6	12	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	45

第四部分：混合題或非選擇題 (佔 10 分，此部分請寫出詳細計算過程)
 說明:本部分共有 1 題組，每一組題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。
 非選擇提請由左而右橫式書寫，作答時需寫出計過程或理由，否則將酌予扣分。

演奏樂器時的聲音高低與頻率大小有關，若將頻率 x 赫茲轉換成音階 y 時，可以用 $y = -97 + 40 \log x$ 表示。假設 $y = 0$ 時為中央 Do 的音，已知 $\log 2.66 \approx 0.425$ ， $\log 2 \approx 0.301$ ，試問：
 (2) 關於音階與頻率的關係， $y = -97 + 40 \log x$ ，下列選項哪些是正確的?(多選題) 5%
 (A) 頻率越大，音階越高
 (B) 依照此函數的定義，音階可以是負數
 (C) 1000 赫茲的音階為 23
 (D) 頻率 10000 赫茲的聲音與頻率 1000 赫茲的聲音，其音階差距為 10
 (E) 人類聽力的上線為 20000 赫茲，其音階超過 100
 (2) 中央 Do 的頻率約為_____赫茲。(答案約至整數) 2%
 (3) 已知高音 Do 的頻率為中央 Do 的兩倍，則高音 Do 的音階為_____。(答案約至整數) 3%

(1) ABC (2) 266 (3) 12
 (1)(A) $y = -97 + 40 \log x$ 為遞增函數，故頻率愈大，音階愈高
 (B) 對數函數的值域為所有實數，故音階可為負數
 (C) $x = 1000$ 代入
 得 $y = -97 + 40 \log 1000 = -97 + 40 \times 3 = 23$
 (D) $x = 10000$ 代入
 得 $y = -97 + 40 \log 10000 = -97 + 40 \times 4 = 63$
 和頻率 1000 赫茲的音階差 40
 (E) $x = 20000$ 代入
 得 $y = -97 + 40 \log 20000 = -97 + 40(4 + \log 2)$
 $= 63 + 40 \log 2 \approx 63 + 40 \times 0.301 = 75.04 < 100$
 (2) $y = 0$ 代入得 $0 = -97 + 40 \log x$
 $\therefore \log x = \frac{97}{40} = 2.425 \approx 2 + \log 2.66 = \log 266$
 $\therefore x \approx 266$
 (3) 設中央 Do 的頻率為 a ，則高音 Do 的頻率為 $2a$
 且 $-97 + 40 \log a = 0$
 則 $y = -97 + 40 \log 2a$
 $= -97 + 40(\log a + \log 2) = 40 \log 2 \approx 12$