

出題老師:陳坤燦

第一部分: 單一選擇題 (每題 4 分, 共 20 分)

1. 平面向量 $\vec{a} = (1, -3)$, $\vec{b} = (4, -2)$, 若 $t\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a}$ 垂直, 則 $t =$

(1) 1

(2) 2

(3) 3

(4) -1

(5) -2

2. 有一長度為 4 之向量 $\vec{a}$ 與單位向量 $\vec{e}$ 之夾角為 120° , 則 $\vec{a}$ 在 $\vec{e}$ 上之正射影為

(1) $2\vec{e}$

(2) $-2\vec{e}$

(3) $3\vec{e}$

(4) $-3\vec{e}$

(5) $-4\vec{e}$

3. 設 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 之夾角為 60° , 且 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, 求 $|\vec{a} - 2\vec{b}| =$

(1) $2\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{26}$

(3) $2\sqrt{7}$

(4) $\sqrt{43}$

(5) 28

4. 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 10$, 求 $\begin{vmatrix} 2a+3b & a+2d \\ 2c+3d & c+2d \end{vmatrix}$ 之值為

(1) 5

(2) 10

(3) 20

(4) 30

(5) 40

5. $\vec{a} = (x, 2)$, $\vec{b} = (3, y)$, x, y 為實數, 且 $x^2 + y^2 = 13$, 若 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最大值 M , 最小值 m , 則數對 $(M, m) =$

(1) (5, -1)

(2) (3, -3)

(3) (6, -2)

(4) (5, -5)

(5) (13, -13)

第二部分: 多重選擇題 (每題 5 分, 共 20 分)

1. 坐標平面上, $A(-2, 4)$, $B(0, 5)$, $C(1, 8)$, 下列敘述何者正確?

(1) 與 $\vec{AC}$ 反方向的單位向量為 $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

(2) $\cos \angle BAC = \frac{2}{\sqrt{5}}$

(3) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 10$

(4) $\vec{AB}$ 在 $\vec{AC}$ 方向上的正射影為 $(6, 8)$

(5) 點 B 在直線 AC 上的投影點坐標為 $(-4, 28)$

2. 設 O, A, B 三點不共線, 下列選項中的 P 點何者必在直線 AB 上?

(1) $\sqrt{2}\vec{AP} + 3\vec{AB} = \vec{0}$

(2) $\vec{OP} = \frac{4}{7}\vec{OA} + \frac{3}{7}\vec{OB}$

(3) $\vec{OP} = -\frac{7}{5}\vec{OA} + \frac{2}{5}\vec{OB}$

(4) $3\vec{OP} = 5\vec{OA} - 2\vec{OB}$

(5) $2\vec{OA} = \vec{OP} - 3\vec{OB}$

3. 如圖，在銳角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=\sqrt{13}$ ， $\overline{CA}=3$ ，且 $\overline{AC}$ 的中垂線 $\overrightarrow{PE}$ 與 $\overline{AB}$ 邊上的高 $\overline{CD}$ 相交於 P 點。若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$ ，則列選項何者正確？

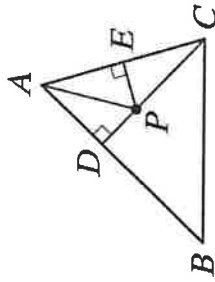
(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}=6$

(2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP}=6$

(3) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AP}=9$

(4) $x=\frac{1}{4}$

(5) $y=\frac{1}{3}$



4. 設 A, B, C 為平面上相異三點， O 為平面上任一點，試問下列何者使 A, B, C 三點共線

(1) $\overrightarrow{OA} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{OC}$

(2) $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$

(3) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

(4) $3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB} + 7\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$

(5) $\overrightarrow{OC} = \frac{5}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

第三部分：填充題（共50分）

1. 設正三角形 ABC 之周長為12，則 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 設 $\overrightarrow{a} = (-2, 0)$ ， $\overrightarrow{b} = (-1, \sqrt{3})$ ，則 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 坐標平面上 $A(1,0)$ ， $B(2,3)$ ， $C(6,0)$ ，求 $\triangle ABC$ 的重心坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 設 O, A, B 三點不共線， x, y 為實數，

$(2x+y-3)\overrightarrow{OA} + (x+3y-4)\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{0}$ ，則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設 $A(2, 2)$ ， $B(-3, 0)$ ， $C(-4, 3)$ ， $D(-2, 1)$ 為坐標平面上四點， O 為原點，若 $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AB}$ ，則 Q 點的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 設 $\overrightarrow{a} = (2, 1)$ ， $\overrightarrow{b} = (3, 4)$ ，則 $|t\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}|$ 之最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 平面上 $\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(-3, 2)$ ， $B(5, -2)$ ， $C(4, 1)$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 已知 $\overrightarrow{a} = (4, 7)$ ， $\overrightarrow{b} = (2, 1)$ ，若 $\overrightarrow{u}$ ， $\overrightarrow{v}$ 為非零向量且 $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ ，其中 $\overrightarrow{u} \perp \overrightarrow{v}$ 且 $\overrightarrow{u} \parallel \overrightarrow{b}$ ，則 $\overrightarrow{v} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

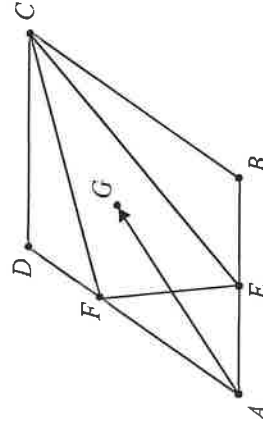
9. 求行列式 $\begin{vmatrix} 911 & 1808 \\ 1814 & 3599 \end{vmatrix}$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 若 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 張出的平行四邊形面積為5，則 $\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}$ 與 $3\overrightarrow{a} - 4\overrightarrow{b}$ 張出的平行四邊形面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 設 x, y 為實數且 $x-y=2$ ，求 x^2+y^2 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. 坐標平面上 O 為原點， $A(1, 2)$ ， $B(3, 0)$ ，求集合 S 所形成的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$S = \{P | \overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}, 0 \leq x+y \leq 1, -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3\}$$



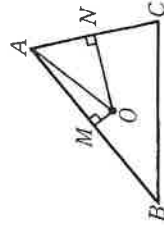
13. 如右圖平行四邊形 $ABCD$ 中， $\frac{\overline{AF}}{\overline{FD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = 2$ ，且 G 為 $\triangle CFE$ 的重心，若 $\overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ ，求數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

第四部分：混合題 10%

- $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=2\sqrt{13}$ ， $\overline{CA}=8$ ， O 為外心，

- (1) 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 。

- (2) 若 $\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，求 x, y 之值。



【高二】

二年____班 座號：____ 姓名：____

第一部分：單一選擇題 20% (每題 4 分)

1	2	3	4	5
4	2	3	2	5

第二部分：多重選擇題 20% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4
23	124	1245	125

第三部分：填充題 50%

(1)	8	(2)	2
(3)	(3, 1)	(4)	(1, 1)
(5)	(7, 0)	(6)	$\sqrt{5}$
(7)	10	(8)	(-2, 4)
(9)	-1023	(10)	2
(11)	50	0(12)	9
(13)	$(\frac{1}{2}, \frac{5}{9})$		

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分數	6	12	18	23	27	31	35	39	42	45	47	49	50

第四部分：混合題(共 10 分，此部分請寫出詳細計算過程)

$\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 2\sqrt{13}$ ， $\overline{CA} = 8$ ， O 為外心，

(1) 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 。

(2) 若 $\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，求 x 、 y 之值。

解析：(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos A$

$$= 6 \times 8 \times \frac{6^2 + 8^2 - (2\sqrt{13})^2}{2 \times 6 \times 8} = 6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$$

(2) 取 $\overline{AB}$ 之中點 M ， $\overline{AC}$ 之中點 N ，

則 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{ON} \perp \overline{AC}$

$$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MO}) \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$= \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}|^2 + 0 = 18$$

$$\text{同理 } \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AC}|^2 = 32$$

$$\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 18 = 36x + 24y \\ 32 = 24x + 64y \end{cases}$$

$$\text{即 } \begin{cases} 6x + 4y = 3 \dots\dots\dots ① \\ 3x + 8y = 4 \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

$$\text{解 } ① \times 2 \text{ 得 } x = \frac{2}{9}, y = \frac{5}{12}$$

