

【高一】

出題教師：莊雅萍

第一部分：單一選擇題 (每題 3 分，共 15 分)

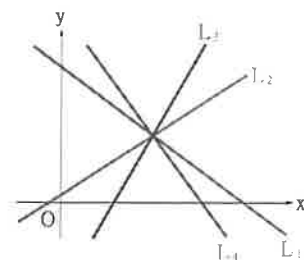
- () 1. 在坐標平面上，直線 $L: 3x + 5y - 7 = 0$ 將平面上 L 以外的部分分成兩個半平面，則下列哪一選項的點與原點位在同一个半平面？
(A) $(-5, 5)$ (B) $(0, 2)$ (C) $(-1, 2)$ (D) $(3, 0)$ (E) $(2, -1)$
- () 2. 點 $A(1, 0)$ 在單位圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$ 上。試問： Γ 上除了 A 點以外，還有幾個點到直線 $L: y = 2x$ 的距離，等於 A 點到 L 的距離？
(A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個 (E) 0 個
- () 3. 直線 $y = 2x$ 向左平移 3 單位可得直線 L ，則 L 的方程式是下列何者？
(A) $y - 3 = 2x$ (B) $y + 3 = 2x$ (C) $y = 2(x - 3)$ (D) $y = 2(x + 3)$ (E) $y = 3x + 2$
- () 4. 試問共有多少個正整數 n 使得坐標平面上通過點 $A(2, 0)$ ， $B(n, 5)$ 的直線亦通過點 $P(0, -k)$ ，其中 k 為正整數？
(A) 2 個 (B) 4 個 (C) 6 個 (D) 8 個 (E) 無窮多個
- () 5. 試求不等式組 $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ 3x + 2y - 12 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 的解區域所圍成的面積為何？
(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 30

第二部分：多重選擇題 (每題 5 分，共 25 分)

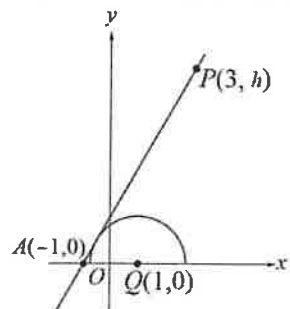
- () 1. 請選出錯誤的選項：
(A) 坐標平面上有兩點 $A(-1, 3)$ ， $B(2, -3)$ ，則直線 AB 的斜率為 $-\frac{1}{2}$ 。
(B) 若直線 AB 的斜率等於直線 CD 的斜率，則直線 AB 與直線 CD 平行。
(C) 設直線 L 的斜率為 4 且通過 $A(3, 2)$ ，則直線 L 的方程式為 $y - 2 = 4(x - 3)$ 。
(D) 直線 $3x - 2y = 6$ 的斜率為 $\frac{2}{3}$ 。
(E) 直線 $2x - y = 0$ 與直線 $2x + y = 2$ 垂直。
- () 2. 請選出錯誤的選項：
(A) 點 $(3, 5)$ 對於直線 $y = x$ 的對稱點為點 $(5, 3)$ 。
(B) 直線 $y = 2x$ 對於 y 軸的對稱直線為 $y = -2x$ 。
(C) 直線 $y = 2x$ 對於 x 軸的對稱直線為 $y = -\frac{1}{2}x$ 。
(D) 若 $P(1, -3)$ 滿足不等式 $x + 2y - 1 < 0$ ，設 P 點與 Q 點在 $L: x + 2y - 1 = 0$ 的不同側，則 Q 點滿足不等式 $x + 2y - 1 < 0$ 。
(E) 若 $3a - b = 1$ ，則點 (a, b) 恆在直線 $3x - y = 0$ 的右側。
- () 3. 請選出錯誤的選項：
(A) 以 $(2, -4)$ 為圓心，半徑為 3 的圓方程式為 $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 3$ 。
(B) 方程式 $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$ 的圖形是以點 $(-1, -2)$ 為圓心，半徑為 16 的圓。
(C) 二元二次方程式 $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$ 的圖形是以點 $(1, -3)$ 為圓心，半徑為 10 的圓。
(D) 可以找到唯一一個圓通過 $(1, 0)$ ， $(0, 1)$ ， $(-1, 0)$ ， $(0, -1)$ 四點。
(E) 點 $P(2, -4)$ 落在圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ 的外部。
- () 4. 設 $\Gamma: x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$ 為坐標平面上的圓。試問下列哪些選項是錯誤的？
(A) Γ 的圓心坐標為 $(5, 0)$
(B) Γ 上的點與直線 $L: 3x + 4y - 15 = 0$ 的最遠距離等於 4
(C) 直線 $L_1: 3x + 4y + 15 = 0$ 與 Γ 相切
(D) Γ 上恰有兩個點與直線 $L_2: 3x + 4y = 0$ 的距離等於 2
(E) Γ 上恰有四個點與直線 $L_3: 3x + 4y - 5 = 0$ 的距離等於 2
- () 5. 在坐標平面上，設 $S: x^2 + y^2 - 6x + 2y + k = 0$ ，則下列何者錯誤的？
(A) 若 $k = 0$ ，則 S 表一圓
(B) 若 $k = 10$ ，則 S 表一點
(C) 若 $k = -10$ ，則 S 沒有圖形
(D) 若 S 表一圓，則其圓心是 $(-3, 1)$
(E) 若 S 表一圓，則 k 恆為負數

第三部分：填充題 (共 48 分)

1. 如右圖， $L_1: y=m_1x+b_1$ ， $L_2: y=m_2x+b_2$ ， $L_3: y=m_3x+b_3$ ， $L_4: y=m_4x+b_4$ 為坐標平面上的四條直線，試寫出 m_1, m_2, m_3, m_4 的大小。

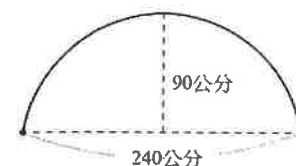


2. 坐標平面上，設 $A(2, -4), B(1, -2), C(-3, 4), D(-1, k)$ ，
 (1) 若直線 AB 與 CD 平行，試求 k 的值。
 (2) 若直線 AB 與 CD 垂直，試求 k 的值。
3. 試求斜率為 -2 ，且通過點 $(1, -3)$ 的直線方程式。
4. 設 $A(6, 6), B(0, 8), C(2, 8)$ ，試求 $\triangle ABC$ 之 (1) 重心坐標_____。(2) 外心坐標_____。
5. 若 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = a$ 與 $L: x-y=2$ 相切，則實數 a =_____。
6. 已知點 $A(3, -9)$ ，直線 $L: 2x+3y-5=0$ ，
 (1) 求 A 在 L 上的投影點 H 的坐標。
 (2) 求 A 對於 L 的對稱點 B 的坐標。
7. 已知圓 $C: x^2+y^2+2x-8y+1=0$ 與直線 $L: 3x+2y+3=0$ 相割，請計算割線段長。
8. 點 $P(a, b)$ 為圓 $C: x^2+y^2=9$ 上的點，求 $\sqrt{a^2+(b-5)^2}$ 的最小值為_____。
9. 在坐標平面上，若 $A(2, 2), B(5, 2)$ ，若 P 是 x 軸上的動點，試求：
 (1) $\overline{PA} + \overline{PB}$ 的最小值為_____。(2) 此時 P 點坐標為_____。
10. 在坐標平面上 $P(3, h)$ 處有一光源 (其中 $h > 0$)，而 $(x-1)^2 + y^2 = 3 (y \geq 0)$ 為一個半圓形的障礙物，如附圖，若從 P 處發出的光要照到 x 軸上一點 $A(-1, 0)$ ，試問 h 至少是多少？

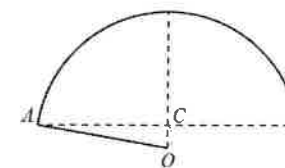


第四部分：素養混合題 12% (須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。)

- (一) 工匠在窗子外邊想做一個圓弧型的花臺，此花臺在窗口的中央往外伸出 90 公分，出口的寬度是 240 公分。



- (1) 設所求圓弧的圓半徑為 r 公分，如下附圖，取圓心為 O ，則 $\overline{AC}$ = _____ 公分。
 (2) 試求此圓弧的圓半徑為 r 為幾？



- (二) 自圓 $x^2+y^2=4$ 外一點 $P(4, 3)$ 作此圓的二切線，切點為 A, B ，試問：
 (1) 求切線段 $\overline{PA}$ 的長度。
 (2) 求 $\triangle PAB$ 的外接圓方程式。

高雄市正義高中 111 學年度第一學期第二次期中考 高一數學試題答案卷

教師答案卷

第一部分：單一選擇題 15% (每題 3 分)

1	2	3	4	5
E	C	D	B	B

第二部分：多重選擇題 25% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4	5
ABDE	CD	ABC	CE	CDE

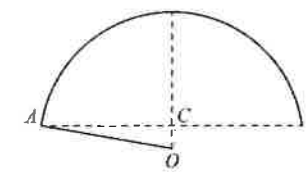
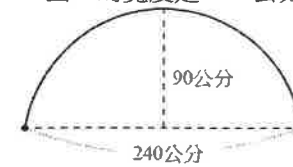
第三部分：填充題 48%

1	$m_3 > m_2 > m_1 > m_4$	6(1)	$(7, -3)$
2(1)	$k=0$	6(2)	$(11, 3)$
2(2)	$k=5$	7	$\frac{24\sqrt{13}}{13}$
3	$2x+y+1=0$	8	2
4(1)	$(\frac{8}{3}, \frac{22}{3})$	9(1)	5
4(2)	$(1, 1)$	9(2)	$(\frac{7}{2}, 0)$
5	2	10	$4\sqrt{3}$

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分數	10	20	24	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48

第四部分：混合題 12% (未列式計算或詳細說明者，該題不予計分)

(一) 工匠在窗子外邊想做一個圓弧型的花臺，此花臺在窗口的中央往外伸出 90 公分，出口的寬度是 240 公分。

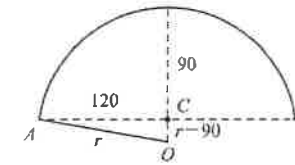


- (1) 設所求圓弧的圓半徑為 r 公分，如右附圖，取圓心為 O ，則 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ 公分。 3 分
 (2) 試求此圓弧的圓半徑為 r 為 公分。 3 分

解析：(1) $\overline{OA} = r$ ， $\overline{OC} = r - 90$ ， $\overline{AC} = 120$ 。

$$(2) r^2 = (r - 90)^2 + 120^2 \Rightarrow r^2 = r^2 - 180r + 90^2 + 120^2 \Rightarrow 180r = 22500 \Rightarrow r = 125$$

$\therefore$ 圓弧的圓半徑為 125 (公分)



(二) 自圓 $x^2 + y^2 = 4$ 外一點 $P(4, 3)$ 作此圓的二切線，切點為 A, B ，試問：

- (1) 切線段 $\overline{PA}$ 的長度。
 (2) $\triangle PAB$ 的外接圓方程式。

解 (1) $\because$ 直線 $PA \perp$ 直線 OA
 $\therefore \overline{OP}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AP}^2$
 $\Rightarrow \overline{AP} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21}$ 。

(2) $\because \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$
 $\therefore \triangle PAB$ 的外接圓是以 $\overline{OP}$ 為直徑的圓
 $\Rightarrow \triangle PAB$ 的外接圓圓心 $(2, \frac{3}{2})$ ，半徑為 $\frac{5}{2}$ ，
 外接圓方程式為 $(x - 2)^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4}$ 。

