

高雄市正義中學高中部 111 學年度第一學期期末考數學科試題卷

【高一】

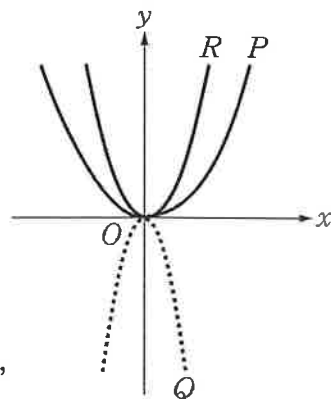
命題教師：余慕貞

第一部分：單一選擇題 (每題 3 分，共 15 分)

1. 如右圖 $y=px^2$, $y=qx^2$, $y=rx^2$ 的圖形依次為 P 、 Q 、 R ,

下列哪一個選項正確？

- (A) $p > q > r$ (B) $p > r > q$ (C) $r > p > q$
(D) $r > q > p$ (E) $|r| > |q|$



2. 設 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + (x+1)(x-4)$,

則下列何者正確？

- (A) $f(x)$ 除以 $(x-1)$, 餘式 $(x+1)(x-4)$
(B) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$, 餘式 $(x+1)(x-4)$
(C) $f(x)$ 除以 $(x+1)(x-4)$, 餘式 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$
(D) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)(x-3)$, 餘式 $(x+1)(x-4)$
(E) $f(x)$ 除以 $(x-4)$, 餘式 $(x+1)$

3. 下列何者為不等式 $(x^2+1)(x-\sqrt{3})(x+2) < 0$ 的一個解？

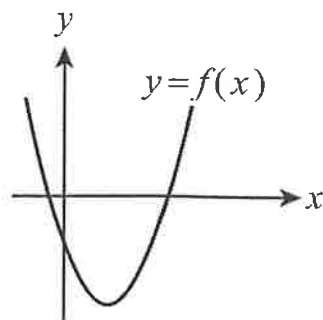
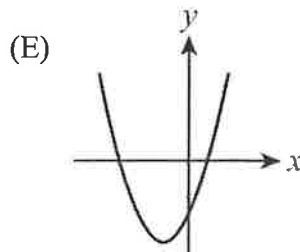
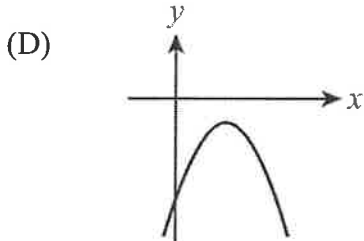
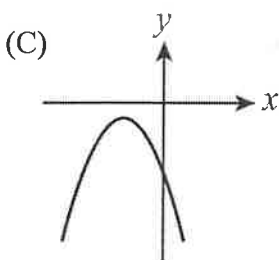
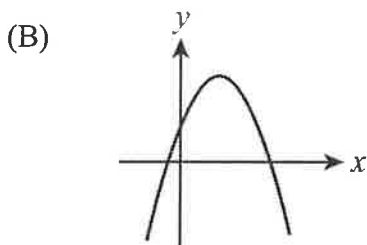
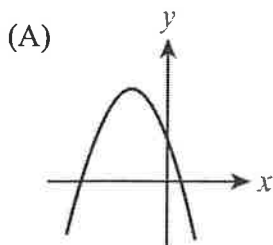
- (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) π (D) 0 (E) -99

4. 設 $a > 0$, $b > 0$, 已知 $f(x) = ax^2 - 2x$ 的最小值為 m , $g(x) = bx^2 + 6x + 4$ 的最小值為 n , 若 $m + n = 2$, 則 ab 的最小值為下列何者？

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{9}{4}$ (C) 3 (D) $\frac{9}{2}$ (E) 9

5. 若二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形如右，

則下列何者可能為二次函數 $g(x) = cx^2 + bx + a$ 的圖形？

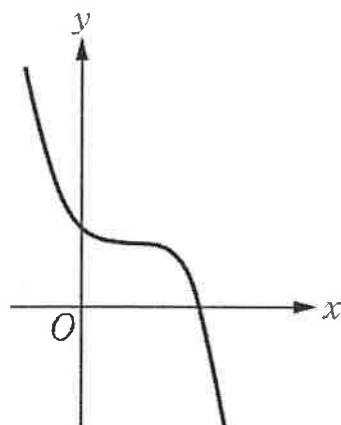


第二部分：多重選擇題 (每題 5 分，共 25 分)

1. 已知三次函數 $f(x) = a(x+b)^3 + c$ 之圖形如右圖，

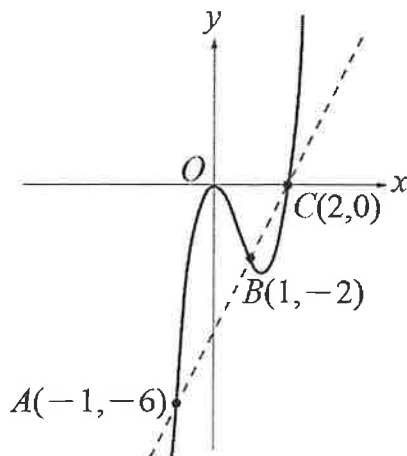
考慮二次函數 $g(x) = ax^2 + bx + c$ ，試問下列選項何者正確？

- (A) $a > 0$ (B) $b > 0$
 (C) $c > 0$ (D) $g(x)$ 之圖形不通過第一象限
 (E) 若 $g(1) > 0$ ，則 $g(-1) > 0$



2. 右圖為三次函數 $g(x)$ 與一次函數 $h(x)$ 的部分圖形，已知 $g(x)$ 的圖形與 $h(x)$ 的圖形交於 $A(-1, -3)$ 、 $B(1, -1)$ 、 $C(2, 0)$ 三點，令 $f(x) = g(x) - h(x)$ ，下列關於 $f(x)$ 的性質那些敘述是正確的？

- (A) $f(x)$ 是一個三次函數
 (B) $f(x)$ 有 $x-2$ 的因式
 (C) x^2+1 是 $f(x)$ 的因式
 (D) $f(x)$ 的首項係數是正數
 (E) $h(x)$ 的圖形是一條斜率為 -1 的直線



3. 設 $f(x)=2x^3-3x+1$ ，下列關於函數 $y=f(x)$ 的圖形之描述，試選出正確的選項。

(A) $y=f(x)$ 的圖形通過點 $(1, 0)$

(B) $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸有三個交點

(C) 點 $(1, 0)$ 是 $y=f(x)$ 的圖形之對稱中心

(D) $y=f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y=3x-3$

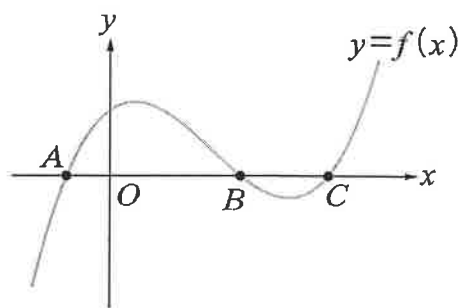
(E) $y=3x^3-6x^2+2x$ 的圖形可由 $y=f(x)$ 的圖形經適當平移得到

4. 如右圖，若三次函數 $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸交於

$A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, $C(5, 0)$,

則下列哪些為不等式 $f(x) \geq 0$ 的一個解？

(A) -1 (B) 0 (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{10}$ (E) 99 。



5. 設 $f(x)$ 除以 $ax-b$ ($a, b \neq 0$) 之商式為 $Q(x)$ ，餘式為 r ，則下列何者正確？

(A) $f(\frac{x}{a})$ 除以 $x-b$ 之商式為 $Q(\frac{x}{a})$ ，餘式為 r

(B) $f(bx)$ 除以 $ax-1$ 之商式為 $bQ(bx)$

(C) $f(bx)$ 除以 $ax-1$ 之餘式為 r

(D) $xf(x)$ 除以 $ax-b$ 之商式為 $xQ(x)$

(E) $xf(x)$ 除以 $ax-b$ 之餘式為 rx

第三部分：填充題 (共 50 分)

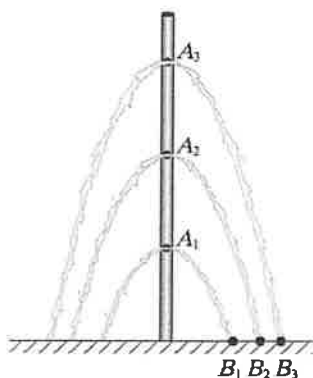
1. 若 $f(x)=a(x-h)^2+k$ 圖形的頂點坐標為 $(-4, 3)$ ，且通過 $(-3, 5)$ ，
則序組 $(a, h, k)=$ (1)。

2. 設 $f(x)$ 為二次函數，且已知 $f(-2)=f(6)$, $f(0)=5$, $f(3)=-4$ ，試求 $f(x)$ 圖形的頂點坐標 (2)。

3. 若 $f(x)$ 除以 $x+4$ 的餘式為 -5 ，則 $f(-4)$ 的值為 (3)。
4. 設多項式 $f(x) = x^5 + 6x^4 - 4x^3 + 25x^2 + 30x + 20$ ，試求 $f(-7)$ 的值為 (4)。
5. 若 $f(x)$ 是三次多項式，滿足 $f(0)=f(1)=f(2)=-1$ 且 $f(3)=5$ ，求 $f(x)=$ (5)。
6. 解不等式 $x(x-1)(x-2) \leq 0$ ，得 x 之解為 (6)。
7. 若二次不等式 $(k-1)x^2 - 4x + (k-4) > 0$ 的解為全體實數，
則實數 k 的範圍為 (7)。
8. 設二次不等式 $ax^2 + bx - 4 \geq 0$ 的解為 $x \geq 1$ 或 $x \leq -\frac{4}{3}$ ，試求實數 $(a, b) =$ (8)。
9. 設多項式 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4x - 1 = a(x-2)^3 + b(x-2)^2 + c(x-2) + d$ ，試
問：(1) 序組 $(a, b, c, d) =$ (9-1)。(2) $f(2+\sqrt{3}) =$ (9-2)。
10. 三次函數 $f(x) = (x-2)^3 - 3(x-2) + 1$ ，若一次函數 $y = ax + b$ 的圖形通過點
 $(2, 1)$ 且與 $y = f(x)$ 的圖形另交於兩點 $A(1, s)$ 與 $B(t, -1)$ ，
則數對 $(s, t) =$ (10)。
11. 已知三次函數 $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形之對稱中心為 $(5, 24)$ ，
若 $y = f(x)$ 的圖形經平移後與函數 $y = 2x^3 - x$ 的圖形重合，
則 $a + b + c + d$ 之值為 (11)。
12. 已知 $h \in \mathbb{R}$ ，設 $f(x) = 3x^3 - 18x^2 + 31x - 13 = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ ，則
 $f(x)$ 在 $x = h$ 附近的一次近似為 (12)。

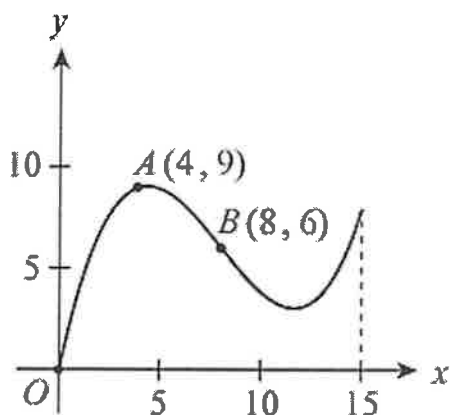
第四部分：素養題 (共 10 分)

1. 如下圖，有一根垂直地面的噴水柱，柱上由下而上有三個噴水點 A_1 ， A_2 ， A_3 。已知這三點皆往左右平行地面方向噴水，且噴水的力道與水量都相同，即三點噴水的軌跡皆為全等的拋物線圖形。若由 A_1 、 A_2 、 A_3 噴出的水在右側地面的落點分別為 B_1 、 B_2 、 B_3 ，試回答下列問題：



- (1) 若點 A_1 到地面的距離為 2 公尺，點 B_1 到柱子的距離為 $\sqrt{2}$ 公尺，點 A_2 到地面的距離為 4 公尺，則點 B_2 到柱子的距離為幾公尺？(3 分)
- (2) 若 $\overline{A_1A_2} = \overline{A_2A_3}$ ，試比較 $\overline{B_1B_2}$ 與 $\overline{B_2B_3}$ 的大小。(3 分)
- (已知 $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$)

2. 網路直播是指隨著線上影音平台的興起，在網路上公開播出即時影像的娛樂型態，而演出或主持網路直播的人則稱為「直播主」。已知海莉直播主每天固定連續開直播 15 個小時，經長期統計發現海莉開始直播 x 小時後 ($0 \leq x \leq 15$)，線上觀看的人數為 $f(x)$ (單位：萬人)，其中 $f(x)$ 為三次函數，且 $O(0, 0)$ 、 $A(4, 9)$ 、 $B(8, 6)$ 為 $f(x)$ 的圖形上三點，如下圖所示：



若今天中午 11 點 50 分時，線上觀看海莉直播的人數高達 9 萬 4 百多人，試問海莉今天早上大約幾點開始直播？(4 分)

- (A) 5 點 20 分
- (B) 6 點 10 分
- (C) 7 點 30 分
- (D) 8 點 40 分
- (E) 9 點 20 分

高雄市正義中學高中部 111 學年度第一學期期末考數學科答案卷

【高一】

命題教師：余慕貞

高一年____班 座號：_____ 姓名：_____

第一部分：單一選擇題 15% (每題 3 分)

1	2	3	4	5
C	D	D	E	A

第二部分：多重選擇題 25% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4	5
CE	ABC	AB	ABCE	ABC

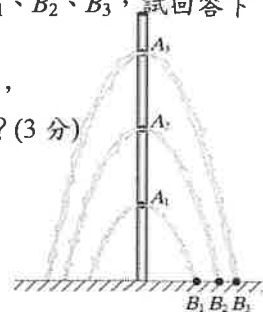
第三部分：填充題 50%

1	$(2, -4, 3)$	2	$(2, -7)$
3	-5	4	6
5	$x^3 - 3x^2 + 2x - 1$	6	$x \leq 0$ 或 $1 \leq x \leq 2$
7	$k > 5$	8	$(3, 1)$
9-(1)	$(2, 9, 8, -5)$	9-(2)	$22 + 14\sqrt{3}$
10	$(3, 3)$	11	-100
12	$y = -5x + 11$		

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分數	10	20	24	30	32	34	36	38	40	42	44	46	50

第四部分：素養題 10%（此部分請寫出詳細計算過程）

1. 如下圖，有一根垂直地面的噴水柱，柱上由下而上有三個噴水點 A_1, A_2, A_3 。已知這三點皆往左右平行地面方向噴水，且噴水的力道與水量都相同，即三點噴水的軌跡皆為全等的拋物線圖形。若由 A_1, A_2, A_3 噴出的水在右側地面的落點分別為 B_1, B_2, B_3 ，試回答下列問題：



- (1) 若點 A_1 到地面的距離為 2 公尺，點 B_1 到柱子的距離為 $\sqrt{2}$ 公尺，
點 A_2 到地面的距離為 4 公尺，則點 B_2 到柱子的距離為幾公尺？(3 分)

- (2) 若 $\overline{A_1A_2} = \overline{A_2A_3}$ ，試比較 $\overline{B_1B_2}$ 與 $\overline{B_2B_3}$ 的大小。(3 分)

(已知 $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{6} \approx 2.449$)

- (1) 設地面為 x 軸，噴水柱為 y 軸，地面與噴水柱的交點為 $O(0, 0)$ 。依題意， $A_1(0, 2)$

$$A_2(0, 4), B_1(\sqrt{2}, 0)$$

設點 A_1 噴出的水之軌跡為 Γ_1 ，因為 Γ_1 之頂點為 $A_1(0, 2)$ ，

所以可令 $\Gamma_1: y = ax^2 + 2, a < 0$

因為 B_1 在 Γ_1 上，所以 $0 = a \cdot (\sqrt{2})^2 + 2$

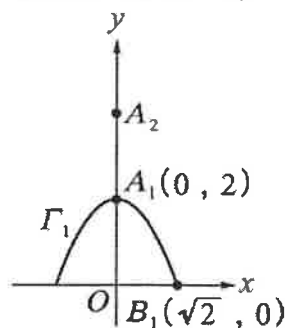
$$\Rightarrow a = -1, \text{ 得 } \Gamma_1: y = -x^2 + 2$$

因為點 A_2 噴出的水之軌跡為 Γ_2 與 Γ_1 全等，

且 Γ_2 之頂點為 $A_2(0, 4)$ ，所以可令 $\Gamma_2: y = -x^2 + 4, B_2$ 為 Γ_2 與 x 軸之交點，

$$\text{解聯立 } \begin{cases} y = -x^2 + 4 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow -x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

取 $B_2(2, 0)$ ，即 B_2 到柱子的距離為 2 公尺



- (2) $\overline{A_2A_3} = \overline{A_1A_2} = 4 - 2 = 2$ ，得 $A_3(0, 6)$

因為點 A_3 噴出的水之軌跡為 Γ_3 與 Γ_1 全等，且 Γ_3 之頂點為 $A_3(0, 6)$ ，所以可令

$$\Gamma_3: y = -x^2 + 6, B_3 \text{ 為 } \Gamma_3 \text{ 與 } x \text{ 軸之交點，解聯立 } \begin{cases} y = -x^2 + 6 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow -x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{6}$$

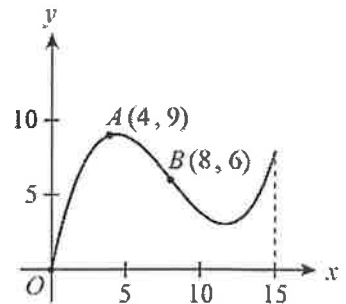
$$\text{取 } B_3(\sqrt{6}, 0), \overline{B_1B_2} = 2 - \sqrt{2} \approx 2 - 1.414 = 0.586, \overline{B_2B_3} = \sqrt{6} - 2 \approx 2.449 - 2 = 0.449$$

$$\Rightarrow \overline{B_1B_2} > \overline{B_2B_3}$$

2. 網路直播是指隨著線上影音平台的興起，在網路上公開播出即時影像的娛樂型態，而演出或主持網路直播的人則稱為「直播主」。已知海莉直播主每天固定連續開直播 15 個小時，經長期統計發現海莉開始直播 x 小時後 ($0 \leq x \leq 15$)，線上觀看的人數為 $f(x)$ (單位：萬人)，其中 $f(x)$ 為三次函數，且 $O(0, 0)$ 、 $A(4, 9)$ 、 $B(8, 6)$ 為 $f(x)$ 的圖形上三點，如下圖所示：

若今天中午 11 點 50 分時，線上觀看海莉直播的人數高達 9 萬 4 百多人，試問海莉今天早上大約幾點開始直播？(4 分)

- (A) 5 點 20 分
(B) 6 點 10 分
(C) 7 點 30 分
(D) 8 點 40 分
(E) 9 點 20 分



(C)