

第一部分：單一選擇題（每題 4 分，共 20 分）

1. 已知點 $P(2, 4, -3)$ 為空間中的一定點， O 為原點，則下列敘述何者正確？

- (1) $\overrightarrow{OP}$ 在 xz 平面的投影向量長 = 4
- (2) P 點到 z 軸的距離 = 3
- (3) P 點在 yz 平面上的投影點為 $(0, -3, 4)$
- (4) P 點相關於 z 軸的對稱點為 $(-2, -4, -3)$
- (5) P 點相關於 xy 平面的對稱點為 $(2, 4, 0)$

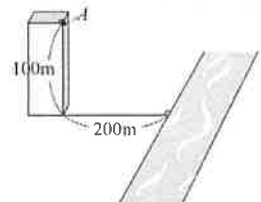
2. 關於平面或空間的幾何敘述，下列哪一個選項正確？

- (1) 平面上，任意兩相異直線一定有公垂線（仍在該平面上）
- (2) 空間中一線段的垂直平分線只有一條
- (3) 空間中任意三相異點可決定一平面
- (4) 給定一平面 E 及任意一點 P ，則恰有一平面過 P 點且與 E 垂直
- (5) 兩歪斜線既不平行也不相交

3. 給定相異兩點 A, B ，試問空間中能使得 $\triangle PAB$ 成一正三角形的所有點 P 所成集合為下列哪一選項？

- (1) 兩個點 (2) 一線段 (3) 一直線 (4) 一圓 (5) 一平面

4. 如附圖，在 100 公尺高且垂直地面的觀景臺上，俯望成直線的河流。已知觀景臺底到河流的最近點是 200 公尺，求觀景臺上 A 點到河流的最短距離為多少？



- (1) 100 (2) $100\sqrt{3}$ (3) 200 (4) $100\sqrt{5}$ (5) 300

5. 皮克斯動畫工作室是一家專門製作電腦動畫的公司，1995 年，皮克斯的第一部動畫長片《玩具總動員》上映，並且贏得奧斯卡獎後，陸續製作了《蟲蟲危機》、《海底總動員》、《怪獸電力公司》、《超人特攻隊》、《瓦力》、《天外奇蹟》、《腦筋急轉彎》、《可可夜總會》等片。而皮克斯所製作的動畫長片也贏得了包括 15 個奧斯卡獎，5 座金球獎，11 次葛萊美獎在內的眾多獎項。在皮克斯開頭動畫中，跳跳燈也讓人印象深刻，如果跳跳燈一開始傾斜（圖一）到後來正朝向地上（圖二），請問地面上的圖案會如何變化？

- (1) 橢圓 $\rightarrow$ 圓形 (2) 雙曲線的部分圖形 $\rightarrow$ 拋物線
- (4) 拋物線 $\rightarrow$ 圓形 (3) 拋物線 $\rightarrow$ 雙曲線的部分圖形
- (5) 圓形 $\rightarrow$ 橢圓



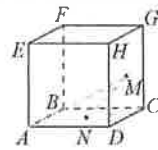
(圖一)



(圖二)

第二部分：多重選擇題（每題 5 分，共 25 分）

1. 附圖為一正立方體，稜長為 2，若 M, N 分別為正方形 $CDHG$ 與正方形 $ABCD$ 的中心，試選出正確的選項。



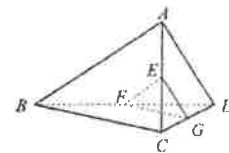
- (1) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$ (2) $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$ (3) $|\overrightarrow{MN}| = 2$
- (4) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MN} = 2$ (5) $\angle AMN$ 小於 30°

2. 空間中有一四面體 $ABCD$ ，假設 $\overrightarrow{AD}$ 分別與 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AC}$ 垂直，請選出正確的選項。

- (1) $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA}^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
- (2) 若 $\angle BAC$ 是直角，則 $\angle BDC$ 是直角
- (3) 若 $\angle BAC$ 是銳角，則 $\angle BDC$ 是銳角
- (4) 若 $\angle BAC$ 是鈍角，則 $\angle BDC$ 是鈍角
- (5) 若 $\overrightarrow{AB} < \overrightarrow{DA}$ 且 $\overrightarrow{AC} < \overrightarrow{DA}$ ，則 $\angle BDC$ 是銳角

3. 如右圖，在四面體 $ABCD$ 中， E, F, G 分別為線段 $\overline{AC}, \overline{BD}, \overline{CD}$ 的中點，且滿足 $\overline{AD} = 3, \overline{BC} = 4, \overline{EF} = \sqrt{6}$ 。設 $\overline{DA}$ 與 $\overline{CB}$ 的夾角為 θ ，試選出正確的選項。

- (1) 直線 $\overline{AD}$ 與直線 $\overline{BC}$ 歪斜
- (2) $\overline{AB}$ 與 $\overline{EF}$ 平行
- (3) $\overline{AD}$ 與 $\overline{EG}$ 平行
- (4) $\cos \theta = \frac{1}{3}$
- (5) $\theta < \frac{\pi}{3}$



4. 將空間中一組歪斜線 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 投影於同一平面 E 上，則下列何者為可能產生的圖形？

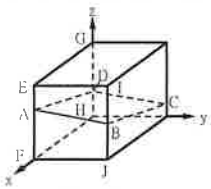
- (1) 兩條平行線 (2) 一直線與線外的一點 (3) 兩點 (4) 一直線 (5) 相交的二直線

5. 下列各方程式中，請選出有實數解的選項？

- (1) $|x-1| + |x-3| = 1$ (2) $|x-1| + |x-3| = 3$ (3) $|x-1| - |x-3| = 1$
- (4) $|x-1| - |x-3| = 2$ (5) $|x-1| - |x-3| = 3$

第三部分：填充題 (共45分)

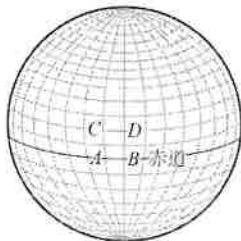
1. 設 $A(-2, 0, 7)$, $B(3, 5, -3)$, 若 P 點在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2$, 則 P 點坐標為 _____。
2. $\vec{a} = (1, 1, 2)$, $\vec{b} = (3, 1, 3)$, 則 $|2\vec{a} - 3\vec{b}| =$ _____。
3. 三點 $A(1, 3, 5)$, $B(-2, 0, 1)$, $C(2, a, b)$ 共線, 則 $a + b =$ _____。
4. 設 $\vec{a} = (0, 3, 4)$, $\vec{b} = (1, 2, 2)$, $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$, 若 $\vec{c}$ 平分 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夾角, 則實數 t 的值為 _____。
5. 設 $\triangle ABC$ 三頂點的坐標為 $A(1, 5, 2)$, $B(4, -1, 8)$, $C(10, -1, -4)$, 則 $\triangle ABC$ 的面積為 _____。
6. 設 $A(1, 1, 0)$, $B(1, 0, 1)$, $C(0, 1, 1)$ 是正四面體的三頂點, 且 D 點在第一卦限, 試求第四個頂點 D 的坐標。 _____。
7. $ABCD$ 為四面體, 已知 $\overline{AB}$ 垂直平面 BCD , 又 $\overline{BD} \perp \overline{CD}$, $\overline{CD} = 3$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{AB} = 12$, 則 $\overline{AD}$ 長為 _____。
8. 如附圖為一正立方體, 被一平面截出一個四邊形 $ABCD$, 其中 A 在 $\overline{EF}$ 上, $\overline{EA} : \overline{AF} = 1 : 2$, D 在 $\overline{GH}$ 上, $\overline{GD} : \overline{DH} = 2 : 1$, B 為 $\overline{IJ}$ 中點, 求 $\cos \angle DAB =$ _____。



9. 在空間坐標中, 設 xy 平面為一鏡面。有一光線通過點 $P(1, 2, 1)$, 射向鏡面上的點 $O(0, 0, 0)$, 經鏡面反射後通過點 R 。若 $\overline{OR} = 2\overline{PO}$, 則 R 點坐標為 _____。

10. 空間中三點 $A(3, -5, 5)$, $B(1, -1, 1)$, $C(3, -2, 2)$, 求 $\overline{AB}$ 在 $\overline{AC}$ 方向上的正射影為 _____。

11. 如附圖設想地球是圓球體, 已知沿著赤道, 經度 10 度間的距離是 1113 公里, 那麼沿北緯 20° 線, 經度 10 度間的距離為 _____ (四捨五入至整數, $\cos 20^\circ \approx 0.9397$)



AB 弧長 = 1113 公里
求 CD 弧長 = ? 公里

12. 若 $\sqrt{22 + \sqrt{22}}$ 介於自然數 n 與 $n+1$ 之間, 則 $n =$ _____。
13. 設 $0.027^a = 100$, $9^b = 1000$, 則 $(3a+2)(2b-3) =$ _____。
14. 若 $\frac{a}{a^2-1} = 27^2$, 則 $a =$ _____。

15. 一農夫想用 46 公尺長之竹籬圍成一長方形菜園, 並在其中一邊正中央留著寬 2 公尺的出入口, 如圖示。此農夫所能圍成的最大面積為 _____ 平方公尺。



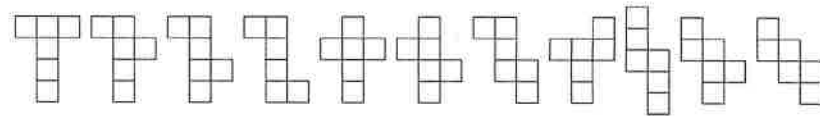
16. 聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特 (W/m^2) 來衡量, 一般人能感覺出聲音的最小強度為 $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$; 當測得的聲音強度為 $I (\text{W/m}^2)$ 時, 所產生的噪音分貝數為 d , d 與 I 的關係為 $d = 10 \times \log \frac{I}{I_0}$, 其中 I_0 是人耳勉強可聽到的聲音強度 (10^{-12} W/m^2)。若一般人的交談音量約為 60 分貝, 現有 3 個人在一起聊天, 其音量強度約為 _____ 分貝。(四捨五入至整數位)

第四部分：混合題或非選擇題 (佔 10 分, 此部分請寫出詳細計算過程)

說明: 本部分共有 1 題組, 每一組題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。

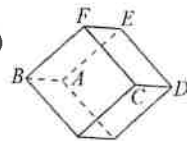
選擇題與非選擇題作圖部分使用 2B 鉛筆作答, 更正時, 應以橡皮擦擦拭, 切勿使用修正液(帶)。非選擇提請由左而右橫式書寫試, 作答時需寫出計過程或理由, 否則將酌予扣分。

1. 立方體有 11 種不同的展開圖, 換言之, 有 11 種不同的方法切開空心立方體的 7 條棱而將其展平為平面圖形, 如下圖。

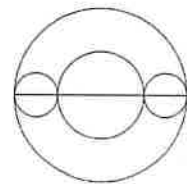


右圖是空間中的一個正立方體, 若 $A(\sqrt{2}, 2, 0)$, $B(-\sqrt{2}, 2, 0)$, $C(-\sqrt{2}, -2, 0)$, 試求:

- (1) D 點坐標為 _____。(3%)
- (2) 若 $\overline{EF}$ 之中點於正 z 軸上, 則頂點 F 的坐標為 _____。(3%)



2. 一直徑為 48 公尺的圓形草坪, 欲將直徑分成三段, 並建造分別以此三段為直徑的圓形花園, 如圖所示, 則這三個圓形花園應如何建造, 才能使三個圓形花園的面積和為最小?(5%)



高雄市正義中學高中部 111 學年度第二學期第一次期中考數學科答案卷

【高二社會組】

命題教師：陳坤燦

高二年_____班 座號：_____ 姓名：_____

第一部分：單一選擇題 20% （每題 4 分）

1	2	3	4	5
4	5	4	4	1

第二部分：多重選擇題 25% （每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣）

1	2	3	4	5
14	35	135	125	234

第三部分：填充題 45% （配分如下量尺）

1	(1 , 3 , 1)	2	$5\sqrt{3}$	3	$\frac{31}{3}$	4	$\frac{5}{3}$
5	54	6	$(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3})$	7	$4\sqrt{10}$	8	$\frac{1}{\sqrt{370}}$
9	(- 2 , - 4 , 2)	10	(0 , 4 , - 4)	11	1046	12	5
13	-6	14	81	15	144	16	65

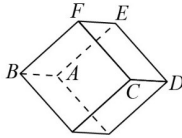
答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	6	12	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	45

第四部分：混合題或非選擇題 (佔 10 分，此部分請寫出詳細計算過程)

說明:本部分共有 1 題組，每一組題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。

非選擇提請由左而右橫式書寫，作答時需寫出計過程或理由，否則將酌予扣分。

1. 右圖是空間中的一個正立方體，若 $A(\sqrt{2}, 2, 0)$ ， $B(-\sqrt{2}, 2, 0)$ ， $C(-\sqrt{2}, -2, 0)$ ，試求：
- (1) D 點坐標為 $(\sqrt{2}, -2, 0)$ 。(3%)
- (2) 若 $\overline{EF}$ 之中點於正 z 軸上，則頂點 F 的坐標為 $(-\sqrt{2}, 0, 2)$ 。(3%)



如右圖， $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ ， $\overline{BC} = 4 \Rightarrow \overline{AB}$ 為邊長， $\overline{BC}$ 為對角線。

(1) A, B, C, D 四點共面

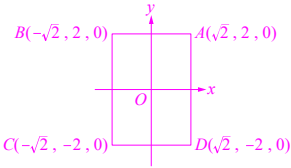
$\therefore \overline{AC}$ 之中點 = $\overline{BD}$ 之中點

$\therefore D$ 點坐標為 $(\sqrt{2}, 2, 0) + (-\sqrt{2}, -2, 0) - (-\sqrt{2}, 2, 0) = (\sqrt{2}, -2, 0)$ ，

發現 A, B, C, D 都在 xy 平面上，如右圖

(2) 頂點 F 在 $\overline{BC}$ 之中點的上方，且與 x 軸距離為 $\frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

$\therefore$ 頂點 F 的坐標為 $(-\sqrt{2}, 0, 2)$



2. 一直徑為 48 公尺的圓形草坪，欲將直徑分成三段，並建造分別以此三段為直徑的圓形花園，如圖所示，則這三個圓形花園應如何建造，才能使三個圓形花園的面積和為最小？(5%)

如右圖，設三圓形花園的半徑分別為 x, y, z ，

則 $2x + 2y + 2z = 48 \Rightarrow x + y + z = 24$ ，

且三個圓形花園的面積和為 $\pi(x^2 + y^2 + z^2)$ 。

由柯西不等式，得

$(x^2 + y^2 + z^2)(1^2 + 1^2 + 1^2) \geq (x + y + z)^2$

$\Rightarrow (x^2 + y^2 + z^2) \cdot 3 \geq 24^2$

$\Rightarrow (x^2 + y^2 + z^2) \geq \frac{24^2}{3} = 192$

$\therefore$ 三個圓形花園的最小面積和為 192π 平方公尺

此時 $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} \Rightarrow$ 令 $x = t$ ， $y = t$ ， $z = t$ ， t 為實數，

代入 $x + y + z = 24$ ，

得 $t + t + t = 24 \Rightarrow t = 8 \Rightarrow x = 8$ ， $y = 8$ ， $z = 8$ ，

即三個圓形花園的半徑均為 8 公尺，如右圖。

