

高雄市正義中學高中部 111 學年度第二學期第二次期中考數學科試題

【高二自然組】

命題教師：吳孟珍

第一部分：單一選擇題 (每題 4 分，共 20 分)

- 若 A, B 兩事件獨立，且 $P(A) > 0, P(B) > 0$ ，下列何者是不正確的？
(1) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ (2) $P(A|B) = P(A)$ (3) $P(A'|B) = P(A')$
(4) $P(B|A) = P(B)$ (5) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- 擲一公正骰子兩次，求在點數和大於 9 的條件下，第一次擲得 6 點的機率為
(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{6}$ (5) $\frac{1}{12}$
- 一份試卷共有 10 題單選題，每題有 5 個選項，其中只有一個選項是正確答案。假設小明以隨機猜答的方式回答此試卷，且各題猜答方式互不影響。試估計小明全部答對的機率最接近下列哪一選項？
(1) 10^{-5} (2) 10^{-6} (3) 10^{-7} (4) 10^{-8} (5) 10^{-9}
- 投擲兩顆骰子若干次，若有同樣點數出現即停止，若投擲次數在 n 次以下的機率超過 0.9 時，則 n 的最小值為 ($\log 2 \approx 0.301, \log 3 \approx 0.4771$)
(1) 10 (2) 11 (3) 12 (4) 13 (5) 14
- 在坐標空間中，已知 $L_1: x-1 = \frac{y+a}{-2} = -z$ 與 $L_2: \frac{x-b}{-1} = \frac{y-13}{6} = \frac{z-3}{2}$ 為平面 E 上的兩直線，若平面 E 通過 $P(0, -3, 0)$ ，則 $a+b$ 之值為下列何者？
(1) -6 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4

第二部分：多重選擇題 (每題 5 分，共 25 分)

- 已知 A, B 為有限樣本空間 S 下的兩事件，則下列哪些選項敘述為真？
(1) 如果 A, B 互斥，則 A, B 獨立
(2) 如果 A, B 獨立，則 A', B' 也獨立
(3) 如果 A, B 獨立，則 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
(4) 如果 A, B 獨立，則 $P(A' \cap B') = P(A')P(B')$
(5) 如果 $A \neq \phi$ ，則 $P(B|A) + P(B'|A) = 1$

2. 請選出正確的選項。

(1)若 A, B 為樣本空間中的兩事件，則 $P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B')$

(2)若 A, B, C 為樣本空間中的三事件，則 $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B|A) \cdot P(C|A \cap B)$
(其中 $P(A \cap B) > 0$)

(3)設 A, B 為獨立事件且 $P(A) + P(B) = 0.8$ ，則 $P(A \cap B)$ 之最大值大於 0.2

(4)投擲 6 顆公正的骰子，1, 2, 3, 4, 5, 6 點都出現的機率小於 $\frac{1}{6}$

(5)從一副 52 張的撲克牌(紅黑各有 26 張)中，隨機抽取相異的兩張，這兩張都是紅色的機率小於 $\frac{1}{4}$

3. 心理學家找了 1000 位受試者進行暗室實驗，每位受試者都要觀看及辨識 6, 8, 9 三張數字卡，發現將實際數字看成某個數字的機率如下表：

看成數字 實際數字	6	8	9	其他
6	0.4	0.3	0.2	0.1
8	0.3	0.4	0.1	0.2
9	0.2	0.2	0.5	0.1

例如：實際數字 6 被看成 6, 8, 9 的機率分別為 0.4, 0.3, 0.2，而被看成其他數字的機率是 0.1。
根據上述實驗結果，試選出正確的選項。

(1)如果實際數字是 8，則至少有一半的可能性會被看成是 8

(2)如果實際數字是 6，則有六成的可能性會被看成不是 6

(3)在 6, 8, 9 三數字中，被誤認的可能性以 9 最低

(4)如果被看成的數字是 6，則實際上就是 6 的可能性不到一半

(5)如果被看成的數字是 9，則實際上就是 9 的可能性超過 $\frac{2}{3}$

4. 某抽獎遊戲單次中獎機率為 0.1，每次中獎與否皆為獨立事件。對每一正整數 n ，令 p_n 為玩此遊戲 n 次至少中獎 1 次的機率。試選出正確的選項。

(1) $p_{n+1} > p_n$

(2) $p_3 = 0.3$

(3) $\langle p_n \rangle$ 為等差數列

(4) 玩此遊戲兩次以上，第一次未中獎且第二次中獎的機率等於 $p_2 - p_1$

(5) 玩此遊戲 n 次且 $n \geq 2$ 時，至少中獎 2 次的機率等於 $2p_n$

5. 已知空間中兩直線 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{4}$ 、 $L_2: \frac{x}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$ 與平面 $E: x-2y+z=4$ ，則

(1)直線 L_1 與平面 E 垂直 (2)直線 L_1 與平面 E 平行 (3)直線 L_2 與平面 E 相交於一點

(4)直線 L_2 與平面 E 平行 (5)直線 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{4}$ 與 $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ 2x-z=3 \end{cases}$ 圖形相同

第三部分：填充題 (共45分)

1. 設 A 、 B 為樣本空間中的兩個事件，且設 $P(A) = \frac{2}{3}$ ， $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ，

(1) 若 A 、 B 為獨立事件，則 $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 若 A 、 B 為互斥事件，則 $P(A' | B') = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 籤筒的 20 支籤中，5 支有獎，今有甲、乙、丙、丁 4 人依序各抽出一支籤，抽完後不放回，已知甲、乙都沒中獎的情況下，試求丁的中獎機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 不透明袋中有 3 白 3 紅共 6 個球，球大小形狀相同，僅顏色相異。甲、乙、丙、丁、戊 5 人依甲第一、乙第二、……、戊第五的次序，從袋中各取一球，取後不放回。試問在甲、乙取出不同色球的條件下，戊取得紅球的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

4. 某電視台舉辦過關遊戲，每位參賽者要依序過三關，過關者才能繼續參加下一關挑戰。設小美在每一關被淘汰的機率是 $\frac{2}{3}$ ，且此三關過關與否為獨立事件，若已知小美被淘汰了，則她在第

二關被淘汰的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

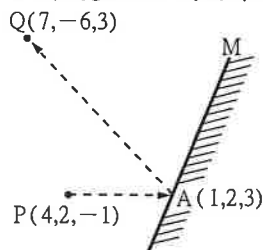
5. 正義有限公司對於 120 個顧客所做的市場調查中得知，對於某商品的滿意人數如附表；已知對於該商品的滿意度與顧客的性別為獨立事件，且 $x > y$ ，則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

	滿意	不滿意
男性	32	x
女性	y	16

6. 若 $x - 2y + 2z - 5 = 0$ ，求 $\sqrt{(x+5)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2}$ 之最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 空間中三點， $A(2, 1, 4)$ ， $B(3, 3, 5)$ ， $C(5, 5, 8)$ ，求過 A 、 B 、 C 三點之平面為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 有一光束由點 $P(4, 2, -1)$ 前進到鏡面 M 上的點 $A(1, 2, 3)$ 反射後，通過另一點 $Q(7, -6, 3)$ ，試求鏡面 M 的方程式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



9. 已知空間中 $A(-1, 2, 3)$ 、 $B(3, 6, 5)$ 兩點對稱於直線 $L: \frac{x-k}{1} = \frac{y-2}{a} = \frac{z-m}{2}$ ，求數對 $(k, m) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 求點 $P(1, 1, -2)$ 到直線 $\frac{x-6}{3} = \frac{y-6}{5} = \frac{z+1}{-2}$ 的距離 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 已知兩歪斜線 $L_1: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-2}$ ， $L_2: \frac{x-2}{-3} = \frac{y+2}{4} = z$ ，試求 L_1, L_2 之間的距離 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

第四部分：混合題或非選擇題 (佔 10 分，此部分請寫出詳細計算過程)

說明：本部分共有 1 題組，每一組題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。

選擇題與非選擇題作圖部分使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。非選擇提請由左而右橫式書寫試，作答時需寫出計過程或理由，否則將酌予扣分。

1. 2021 年 5 月，臺灣爆發 COVID-19 的大規模傳染，人民對未來的恐懼升到最高點，政府及民間除了加緊疫苗的採購外，對快篩試劑的核准亦加快腳步，希望能快速且正確檢驗高風險民眾體內是否真的存在有病毒。而目前廠商研發生產的快篩試劑，其檢測的準確率有其極限，仍有「偽陽性」與「偽陰性」的可能，若檢測正確率不高，會造成大規模的「無感染者誤判確診而拖累醫療量能、已感染者被錯放而造成社區暴露在危險當中」的嚴重後果。今將受試者是否為帶原者與接受試劑檢測後的採檢結果關係列表如附表：

	受試者帶原	受試者非帶原
採檢結果陽性	真陽性	偽陽性
採檢結果陰性	偽陰性	真陰性

就以上敘述回答下列問題：

- (1) 正義生技公司新研發一款快篩試劑，帶原者受檢時，有 90% 的機率呈現陽性，非帶原者受檢時，有 80% 的機率呈現陰性，已知臺灣約有比例為 $\frac{1}{1000}$ 的隱藏性帶原者，若政府決定對全臺民眾進行普篩，則檢測結果為「真陽性」的比例約為多少？(單選題)(3%)
(A) 0.01 (B) 0.02 (C) 0.001 (D) 0.002 (E) 0.0001
- (2) 承上題，阿珍一直覺得她生活的社區很危險，因此她接受正義公司的試劑檢驗，若阿珍第一次快篩結果為陰性，而第二次快篩結果為陽性，則阿珍確實為帶原者的機率約為多少？(4%)
2. 槍彈雖有其合法用途，但也常淪為犯罪工具，嚴重危害社會治安。我國嚴格管制槍彈，違者需要接受法律制裁，因此槍彈鑑識是維護司法正義的堅實後盾。李探長為找尋槍手的可能發射位置，他設定一空間坐標，先從點 $(0, 0, 2)$ 朝向點 $(10, 16, 4)$ 發射一固定雷射光束，接著又從點 $(0, 8, a)$ 沿平行於 x 軸方向發射另一雷射光束。求兩光束交點坐標。(3%)

高雄市正義中學高中部 111 學年度第二學期第二次期中考數學科答案卷

【高二自然組】

命題教師：吳孟珍

高二年_____班 座號：_____ 姓名：_____

第一部分：單一選擇題 20% (每題 4 分)

1	2	3	4	5
5	1	3	4	4

第二部分：多重選擇題 25% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4	5
(2)(4)(5)	(1)(2)(4)(5)	(2)(3)(4)	(1)(4)	(3)(5)

第三部分：填充題 45% (配分如下量尺)

1(1)	$\frac{1}{4}$	1(2)	$\frac{3}{11}$	2	$\frac{5}{18}$	3	$\frac{1}{2}$
4	$\frac{3}{13}$	5	(64, 8)	6	6	7	$4x - 1y - 2z = -1$
8	$3x - 2y - 2z + 7 = 0$	9	(2, 6)	10	$\sqrt{13}$	11	3

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	6	12	18	22	26	30	32	34	36	38	40	45				

第四部分：混合題或非選擇題 (佔 10 分，此部分請寫出詳細計算過程)

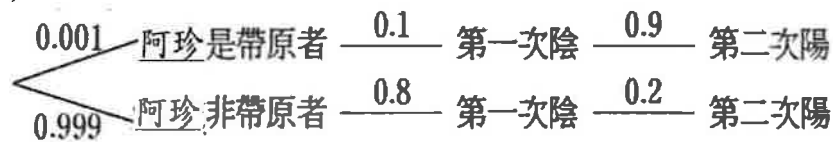
說明：本部分共有 1 題組，每一組題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。

非選擇提請由左而右橫式書寫，作答時需寫出計過程或理由，否則將酌予扣分。

- 1 (1) 正義生技公司新研發一款快篩試劑，帶原者受檢時，有 90% 的機率呈現陽性，非帶原者受檢時，有 80% 的機率呈現陰性，已知臺灣約有比例為 $\frac{1}{1000}$ 的隱藏性帶原者，若政府決定對全臺民眾進行普篩，則檢測結果為「真陽性」的比例約為多少？(單選題) (3%)
 (A) 0.01 (B) 0.02 (C) 0.001 (D) 0.002 (E) 0.0001
 (2) 承上題，阿珍一直覺得她生活的社區很危險，因此她接受正義公司的試劑檢驗，若阿珍第一次快篩結果為陰性，而第二次快篩結果為陽性，則阿珍確實為帶原者的機率約為多少？(4%)

解析：1. (1) 真陽性為帶原者的採檢結果為陽性，其機率為 $0.001 \times 0.9 = 0.0009 \approx 0.001$ ，故選(C)。

(2)



$$\text{所求機率為 } \frac{0.001 \times 0.1 \times 0.9}{0.001 \times 0.1 \times 0.9 + 0.999 \times 0.8 \times 0.2} = \frac{9}{15994} \approx 0.00056 \approx 0.0006。$$

3. 槍彈雖有其合法用途，但也常淪為犯罪工具，嚴重危害社會治安。我國嚴格管制槍彈，違者需要接受法律制裁，因此槍彈鑑識是維護司法正義的堅實後盾。李探長為找尋槍手的可能發射位置，他設定一空間坐標，先從點 $(0, 0, 2)$ 朝向點 $(10, 16, 4)$ 發射一固定雷射光束，接著又從點 $(0, 8, a)$ 沿平行於 x 軸方向發射另一雷射光束。求兩光束交點坐標。(4%)

解析：設過點 $(0, 0, 2)$ 及 $(10, 16, 4)$ 的直線為 L_1 ，

過點 $(0, 8, a)$ 平行 x 軸的直線為 L_2 ，

$$L_1: \begin{cases} x=5t \\ y=8t \\ z=2+t \end{cases}, t \text{ 為實數}, L_2: \begin{cases} x=0+s \\ y=8 \\ z=a \end{cases}, s \text{ 為實數},$$

$$\text{因二雷射光束相交} \begin{cases} 5t=0+s \cdots \cdots \text{①} \\ 8t=8 \cdots \cdots \text{②} \\ 2+t=a \cdots \cdots \text{③} \end{cases},$$

由②得 $t=1$ ，代入得 $s=5, a=3$ ，故交點坐標為 $(5, 8, 3)$ 。