高雄市正義中學111學年度第二學期 期末考高二社會組數學試題

出題老師:陳坤燦 老師

第一部分：單一選擇題（每題4分，共20分）

1. 兩矩陣A與B，$A=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}3&2\\4&1\end{bmatrix}$，若$A+2B=\begin{bmatrix}x&y\\z&u\end{bmatrix}$，則$2x+u-y$之值為

(1)14

(2)11

(3)8

(4)6

(5)0

2. 下列各敘述何者正確？

(1)$\begin{bmatrix}2a&b\\2c&d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a&2b\\c&2d\end{bmatrix}$

(2)$(-1)\begin{bmatrix}1&3\\2&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&-3\\-2&-4\end{bmatrix}$

(3)$\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$

(4)$\begin{bmatrix}a&d\\b&e\\c&f\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}x&z\\y&k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a+x&d+z\\b+y&e+k\\c+0&f+0\end{bmatrix}$

(5)$A=\begin{bmatrix}a&c\\b&d\end{bmatrix}\ \Rightarrow\ A+(-A)=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

3. 若$\begin{bmatrix}7&6\\5&4\end{bmatrix}=a\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}+b\begin{bmatrix}1&0\\0&-1\end{bmatrix}+c\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}+d\begin{bmatrix}0&1\\-1&0\end{bmatrix}$，則$a+b+c+d$的值

(1)11

(2)12

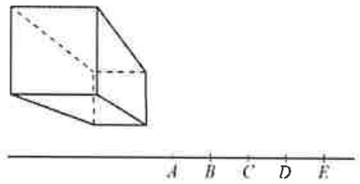
(3)13

(4)14

(5)15

4. 附圖為正方體的單點透視圖，其消失點會是哪一選項？

(1)A (2)B (3)C (4)D (5)E



5. 數列$\langle a_n\rangle$滿足$a_1=4$，$a_{n+1}=\dfrac{1}{1-a_n}$，$n\in\mathbf{N}$，則下列何者的值也是4？

(1) a_{2006}

(2) a_{2007}

(3) a_{2008}

(4) a_{2009}

(5) a_{2010}

第二部分：多重選擇題（每題5分，共20分）

1. 設A、B、C均為二階方陣，I為二階單位方陣，O為二階零矩陣，det(A)表矩陣A的行列式值，試選出正確的選項。

(1) A(B+C)=AB+CA

(2) AI=IA 必不成立

(3) (AB)C=A(BC)

(4) 若 det(A)≠0，且 AB=AC，則B=C

(5) 若 AB=O，則 A=O 或 B=O

2. 設A, B都是3×2階矩陣，且$A=[a_{ij}]$，$B=[b_{ij}]$，已知$a_{ij}=i+j$，$b_{ij}=3i-2j$，令$X=A+B=[x_{ij}]$，則

(1) $x_{11}=5$

(2) $x_{12}=2$

(3) $x_{21}=2$

(4) $x_{31}=11$

(5) $x_{32}=7$

3. 若實數 a，b，c滿足abc＞0，ab＋bc＋ca＜0，a＋b＋c＞0，a＞b＞c，

則下列選項何者為真？

(1) a＞0

(2) b＞0

(3) c＞0

(4) │a│＞│b│

(5) $a^2>c^2$

4. 設三次函數 $y=f(x)=a(x-7)^3+b(x-7)^2+c(x-7)+d$，當 x 值很大時，$y=f(x)$ 的圖形很接近 $y=-2x^3$，又在 $x=7$ 附近的圖形近似於直線 $y=-5x+13$，若函數圖形的對稱中心在 x＝6 處，則下列選項何者正確？

(1) a＝－2

(2) b＝－6

(3) c＝13

(4) d＝48

(5) a＋b＋c＋d＜0

第三部分：填充題（共 50 分）

1. 已知矩陣 A=$\begin{bmatrix}-5-a & -2\\ 3 & -a\end{bmatrix}$ 的反方陣不存在，則實數 a=______。

2. 設 $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 3\\ 2 & -1 & 0\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix}3 & 4 & -7\\ 5 & 2 & 1\end{bmatrix}$，

若 $3X-2A+3B=2X-5C$，則 X=______。

3. 籃球比賽中，志傑總共投進了 17 球，共得到 32 分，其中罰球及三分球加起來比二分球多進 3 個。若他共投進 x 個罰球，y 個兩分球，z 個 3 分球，求 (x, y, z)＝________。

4. 將方程組 $\begin{cases}x+ay+3z=5\\ bx+y-3z=-3\\ 3x-y+2z=c\end{cases}$ 的增廣矩陣，利用高斯消去法化簡到 $\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$，計算過程均無錯誤，試求序組 (a,b,c)＝______。

5. 設 $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}x & 2\\ 3 & 9\end{bmatrix}$，若 $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ 成立，則 x＝______。

6. 若密碼 $abcd$ 符合二階方陣的等式：$\begin{bmatrix}5 & -15\\ -10 & 35\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{bmatrix}$，則密碼 $abcd$=______。

7. 設 A 與 B 均為可逆方陣，且 $A^{-1}=\begin{bmatrix}3 & -1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$，$B^{-1}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 1\end{bmatrix}$，

則 $(AB)^{-1}$＝______。

8. 若多項式f(x) 除以x＋1的餘式為2，除以 (x＋1)(x－2) 的餘式為ax＋3，則f(x) 除以x－2的餘式為　　　。

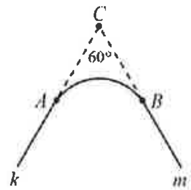
9. 設 $A(1,1)$，$B(3,5)$，$C(5,3)$，$D(0,-7)$，$E(2,-3)$ 及 $F(8,-6)$ 為坐標平面上的六個點。若直線 L 分別與三角形 ABC 及三角形 DEF 各恰有一個交點，則 L 的斜率之最小可能值為______。

10 有三正數成等差，其和為 24，若各數依序加 1，2，12 後形成等比數列，則此三數為______。(請由小至大作答)

11. 坐標平面上的圓 $(x-7)^2+(y-8)^2=9$ 上有______個點與原點的距離正好是整數值。

12. $x^2(x+1)^{12}(x-1)^7(x-2)^6>0$ 之解為______。

13. 兩條公路 k 及 m，如果筆直延伸將交會於 C 處成 60°夾角，如圖所示。為銜接此二公路，規劃在兩公路各距 C 處 300 公尺的 A，B 兩點間開拓成圓弧型公路，使 k，m 分別在 A，B 與此圓弧相切，則此圓弧長＝________公尺。



正義高級中學111學年度第二學期 期末考 社會組數學科答案卷

【高二】

二年_____班　座號：_____姓名：____________

第一部分：單一選擇題　20%（每題4分）

1	2	3	4	5
1	2	3	2	3

第二部分：多重選擇題　20%（每答對一選項得1分，答錯不倒扣）

1	2	3	4
34	24	135	125

第三部分：填充題 50%

1	-2 or -3	2	$\begin{bmatrix} -16 & -20 & 41 \\ -21 & -12 & -8 \end{bmatrix}$
3	(6 , 7 , 4)	4	(−2 , 2 , 6)
5	6	6	7321
7	$\begin{bmatrix} 12 & 1 \\ 14 & -3 \end{bmatrix}$	8	5
9	-3	10	3，8，13
11	12	12	$1<x<2$ 或 $x>2$
13	$\frac{200\sqrt{3}}{3}\pi$		

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分數	6	12	18	23	27	31	35	39	42	45	47	49	50

第四部分：混合題(共10分，此部分請寫出詳細計算過程)

1. 微中子為宇宙中的基本粒子之一，我們很難以發覺它的存在。在2015年諾貝爾物理學獎中發現，微中子會在不同型態之間轉換，稱為微中子震盪。假設目前只有兩種不同型態的粒子 A 與 B，且其粒子會隨時間而改變，若在時間為 n（ 秒 ）時，粒子 A 的數量為 a_n，粒子 B 的數量為 b_n，且滿足 $a_{n+1}=3(a_n+b_n)$，
$b_{n+1}=2b_n$（其中 n=0，1，2，…），
若二階方陣 $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $\begin{bmatrix} a_6 \\ b_6 \end{bmatrix}=A\begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix}$，則 a+b+c+d 為下列哪一個選項？(4分)
(A)16　(B)81　(C)195　(D)292　(E)308

D

由題可得 $\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$，

故 $A=\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^4=\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^2\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^2=\begin{bmatrix} 9 & 15 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 9 & 15 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 81 & 195 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$，

所以 $a+b+c+d=292$，

設數列〈a_n〉的前 n 項和為 $a_1+a_2+\cdots+a_n=2^{n+1}\times(n^2-2n)$，則此數列的
(1)第一項 a_1=?(2分)第 n 項 an=?(4分)

答案：$2^n(n^2-3)$

解析：(i) 當 $n=1$ 時，$a_1=S_1=2^2(1^2-2\cdot1)=-4$。
(ii) 當 $n\geq2$ 時，

$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}+a_n=2^{n+1}\times(n^2-2n)$，

$S_{n-1}=a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}$

$=2^{(n-1)+1}\times[(n-1)^2-2(n-1)]$，

兩式相減得

$a_n=S_n-S_{n-1}=2^n(n^2-3)$，$n\geq2$，

而 $n=1$ 時亦符合此式。

故 $a_n=2^n(n^2-3)$，$n\in\boldsymbol{N}$。