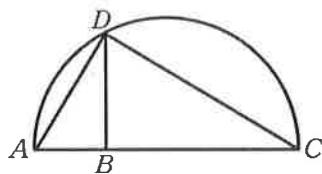


第一部分：單一選擇題 (每題 5 分，共 20 分)

1. 下列哪一個數是無理數？

- (1)  $\sqrt{2\frac{7}{9}}$  (2)  $\sqrt{4\frac{4}{9}}$  (3)  $2.5\bar{3}$  (4)  $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$  (5) 0

2. 如附圖，以  $\overline{AC}$  為直徑作一半圓，過  $B$  作  $\overline{AC}$  垂直線交半圓於  $D$ ，已知  $\overline{AB} = \sqrt{3} - 1$ ， $\overline{BC} = \sqrt{3} + 1$ ，則  $\overline{BD}$  長度為



- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4)  $\sqrt{2}$  (5)  $\sqrt{3}$

3. 定義指數  $x^{y^z} = x^{(y^z)}$ ，其中  $x, y, z$  為正實數，例如  $3^{2^5} = 3^{32}$ 。下列哪一個選項的值最大？

- (1)  $2^{4^3}$  (2)  $2^{3^4}$  (3)  $3^{2^4}$  (4)  $4^{2^3}$  (5)  $4^{3^2}$

4. 根據氣象局資料，21 世紀初，地震學者採用更能直接反應地震破裂過程物理特性 (如地層錯動的大小與地震的能量等) 的方法，即地震矩規模 ( $M_w$ ) 來描述地震大小，

其計算公式為  $M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.73$ ，其中  $M_0$  為地震矩，是地震學家用來表示地震所

釋放出之能量的數量。根據紀錄，1999 年集集大地震的地震矩規模為 7.7，2016 年美濃地震的地震矩規模為 6.4，兩次地震所釋放的能量 (地震矩)，前者是後者的幾倍？選出最接近的數值。

- (1) 20 倍 (2) 60 倍 (3) 75 倍 (4) 90 倍 (5) 105 倍

第二部分：多重選擇題 (每題 5 分，共 20 分)

1. 下列哪些選項是正確的？

- (1)  $3^2 \times 3^3 \times 3^4 = 3^9$   
 (2)  $(3^2)^4 = 3^6$   
 (3)  $(3^{-5})^2 = (3^5)^{-2}$   
 (4)  $3^2 \times 3^{-2} = 3^{-4}$   
 (5)  $0^{-3} = 0$

2.  $a, b$  均為實數，下列敘述何者正確？

- (1) 若  $a+b, a-b$  均為有理數，則  $a, b$  均為有理數  
 (2) 若  $a \times b, a \div b$  均為有理數，則  $a, b$  均為有理數  
 (3) 若  $a, b$  為無理數，則  $a+b, a-b$  至少有一個無理數  
 (4) 若  $a^3$  與  $a^6$  均為有理數，則  $a$  必為有理數  
 (5) 若  $a+b\sqrt{2} = 0$ ，則  $a=b=0$

3. 下列各方程式中，請選出有實數解的選項。

- (1)  $|x+1| + |x-3| = 3$   
 (2)  $|x+1| + |x-3| = 4$   
 (3)  $|x+1| - |x-3| = 2$   
 (4)  $|x+1| - |x-3| = 10$   
 (5)  $|x+1| - |x-3| = -1$

4. 已知  $\log 7 \approx 0.8451$ ，令  $a = 7^{100}$ ，乘開後，下列敘述何者為正確。

- (1)  $a$  為 84 位數  
 (2)  $a$  為 85 位數  
 (3)  $a$  為 86 位數  
 (4)  $a$  的首位數字 (最左一位) 為 3  
 (5)  $a$  的首位數字 (最左一位) 為 4

第三部分：填充題 (共45分)

1. 設  $x, y$  為循環小數，且  $x=0.\overline{9}$ ,  $y=0.0\overline{3}$ ，則  $x-y =$ \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

2.  $(2+3\sqrt{3})x+(1-2\sqrt{3})y=8+5\sqrt{3}$ ， $x, y \in Q$ ，則  $x+y$  之值為\_\_\_\_\_。

3. 設  $\sqrt{28-2\sqrt{75}}$  的整數部分為  $a$ ，小數部分為  $b$ ，試求  $\sqrt{a+b} =$ \_\_\_\_\_。

4. 在數線上， $P(4)$ 、 $Q(18)$ ，點  $A(x)$  在線段  $PQ$  上，且  $\overline{PA} : \overline{AQ} = 3 : 4$ ，則  $A$  點的坐標為\_\_\_\_\_。

5. 設  $x + \frac{1}{x} = 3$ ，則  $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ \_\_\_\_\_。

6. 設  $x$  為實數，方程式  $|x-1| + 3|x-2| = 9$  之解為\_\_\_\_\_。

7. 設  $x \geq 0, y \geq 0, 2x+y=12$ ，則  $xy$  的最大值為\_\_\_\_\_。

8. 承第 8 題，此時  $(x, y) =$ \_\_\_\_\_。

9. 已知  $2^{2023}$ 、 $5^{2023}$  兩數的科學記號分別為  $a \times 10^{608}$ 、 $b \times 10^{1414}$ ，其中  $1 \leq a, b < 10$ ，則  $ab =$ \_\_\_\_\_。

10. 方程式  $4^{2x+1} = 0.125$  的解為  $x =$ \_\_\_\_\_。

11. 設  $a > 0, a^{2x} = 2$ ，則  $\frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^x - a^{-x}}$  之值為\_\_\_\_\_。

12. 已知  $p = \log 2$ ，試求  $10^{-p} + 100^p =$ \_\_\_\_\_。

13. 若  $n \leq \log 2560 < n+1$ ，其中  $n$  為正整數，則  $n =$ \_\_\_\_\_。

第四部分：混合題或非選擇題 (佔 15 分，此部分請寫出詳細計算過程)

說明：本部分共有 2 題，每一組題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。

非選擇題請由左而右橫式書寫試，作答時需寫出計過程或理由，否則將酌予扣分。

1. 利用乘法公式  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$  解下列題目。

(1) 設  $A = (2+1) \times (2^2+1) \times (2^4+1) \times (2^8+1) = 2^n - 1$ ，則整數  $n$  之值為\_\_\_\_\_。

(2) 承上， $A$  可以被 10 和 20 之間某兩個數整除，則這兩個數分別為\_\_\_\_\_。

2. 苗栗縣是石虎棲息地，縣府獲農委會核定以通霄鎮為指定復育區，根據最新研究發現石虎數量函數為  $N(t) = \frac{100}{1+9 \times 3^{-0.1(t+10)}}$ ，其中  $t$  為距離現在年數，10 年前數量即為  $N(-10)$ ，5 年後數量即為  $N(5)$ 。試問：

(1) 現在通霄鎮石虎數量為\_\_\_\_\_；(2)\_\_\_\_\_年後數量能達到 50 隻。

高雄市正義中學高中部 112 學年度第一學期第一次期中考數學科答案卷

【高一不分組】

命題教師：吳孟珍

高一年\_\_\_\_\_班 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

第一部分：單一選擇題 20% (每題 5 分)

1	2	3	4
2	4	2	4

第二部分：多重選擇題 20% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4
13	13	235	24

第三部分：填充題 45% (配分如下量尺)

1	$\frac{29}{30}$	2	5	3	2	4	10
5	7	6	$-\frac{1}{2}$ 或 4	7	18	8	(3,6)
9	10	10	$-\frac{5}{4}$	11	$\frac{7}{2}$	12	$\frac{9}{2}$
13	3						

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	6	12	18	22	26	28	30	32	34	36	38	40	45

第四部分：混合題或非選擇題 (佔 15 分，此部分請寫出詳細計算過程)

說明：本部分共有 1 題組，每一組題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。

非選擇提請由左而右橫式書寫，作答時需寫出計過程或理由，否則將酌予扣分。

1. 利用乘法公式  $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$  解下列題目。

(1) 設  $A=(2+1)\times(2^2+1)\times(2^4+1)\times(2^8+1)=2^n-1$ ，則整數  $n$  之值為\_\_\_\_\_。(3%)

(2) 承上， $A$  可以被 10 和 20 之間某兩個數整除，則這兩個數分別為\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。(4%)

$$(1) (2-1)\times(2+1)=2^2-1,$$

$$(2^2-1)\times(2^2+1)=2^4-1,$$

$$(2^4-1)\times(2^4+1)=2^8-1,$$

$$(2^8-1)\times(2^8+1)=2^{16}-1$$

$$\Rightarrow n=16.$$

$$(2) 2^{16}-1=(2^8-1)(2^8+1)=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)=3\times 5\times 17\times 257.$$

在 10 和 20 之間的兩數為 15 和 17。

2. 苗栗縣是石虎棲息地，縣府獲農委會核定以通霄鎮為指定復育區，根據最新研究發現石虎數量函數為  $N(t)=\frac{100}{1+9\times 3^{-0.1(t+10)}}$ ，其中  $t$  為距離現在年數，10 年前數量即為  $N(-10)$ ，5 年後數量即為  $N(5)$ 。試問：

(1) 現在通霄鎮石虎數量為\_\_\_\_\_。(4%) (2) \_\_\_\_\_年後數量能達到 50 隻。(4%)

$$(1) \text{所求} = N(0) = \frac{100}{1+9\times 3^{-0.1\times 10}} = \frac{100}{4} = 25$$

$$(2) \text{設 } n \text{ 年後數量能達到 50 隻，可知 } \frac{100}{1+9\times 3^{-0.1(n+10)}} = 50$$

$$\Rightarrow 9\times 3^{-0.1(n+10)} = 1 \Rightarrow 3^{2-(0.1n+1)} = 3^0 \Rightarrow 0.1n+1=2 \Rightarrow n=10, \text{ 故 10 年後數量能達到 50 隻}$$