

高雄市正義中學 高中部 112 學年度第一學期 期中考數學科試題

【高二社會組】

出題老師：莊雅萍老師

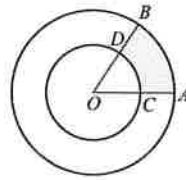
第一部分：單一選擇題(每題3分，共15分)

1. 若  $a = \sin 2$ ，則下列何者正確？

- (A)  $-\frac{\sqrt{2}}{2} < a < -\frac{1}{2}$  (B)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} < a < -\frac{\sqrt{2}}{2}$  (C)  $\frac{1}{2} < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (D)  $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < \frac{\sqrt{3}}{2}$  (E)  $\frac{\sqrt{3}}{2} < a < 1$

2. 如右圖，兩個同心圓的半徑分別是3和5，且  $\widehat{AB}$  的長度為5，

求藍色部分的面積為何？ (A)8 (B)16 (C)4π (D)8π (E)  $\frac{20}{3}$



3. 當  $x$  介於  $0$  與  $\frac{3}{2}\pi$  之間，直線  $y=1-x$  與函數  $y=\tan x$  的圖形，共有幾個交點？

- (A)0 (B)1 (C)2 (D)3 (E)4

4. 下列各選項中，哪一個值最大？

- (A)  $\sin 20^\circ \cos 20^\circ$  (B)  $\sin 40^\circ \cos 40^\circ$  (C)  $\sin 80^\circ \cos 80^\circ$  (D)  $\cos^2 20^\circ - \frac{1}{2}$  (E)  $\frac{1}{2} - \sin^2 10^\circ$

5. 求  $\sin(26^\circ - \theta) \cos(34^\circ + \theta) + \cos(26^\circ - \theta) \sin(34^\circ + \theta)$  之值？

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (E) 受  $\theta$  影響

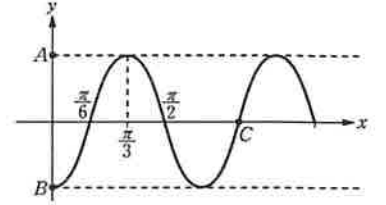
第二部分：多重選擇題(每題5分，共25分)

1.  $\theta = 100$  弧度，其最小正同界角為  $\alpha$ ，最大負同界角為  $\beta$ ，則下列何者正確？

- (A)  $\theta$  在第四象限內 (B)  $\theta$  在第三象限內 (C)  $\alpha = 100 - 30\pi$  (D)  $\beta = 100 - 32\pi$  (E)  $\alpha - \beta = 2\pi$

2. 右圖為三角函數  $y = 3\sin(ax - b)$  的部分圖形，其中  $a > 0$ ，則下列各項敘述何者正確？

- (A)  $B(0, -3)$  (B)  $b = \frac{\pi}{6}$  (C)  $C(\frac{5\pi}{6}, 0)$  (D)  $y$  的週期為  $\frac{2\pi}{3}$   
 (E) 其圖形可由  $y = 3\sin 3x$  向右平移  $\frac{\pi}{6}$  而得



3. 下列哪些函數的週期相同？

- (A)  $y = -2 + \cos 2x$  (B)  $y = \cos \frac{3\pi}{4} + 2 \sin(2x - \frac{\pi}{3})$  (C)  $y = \tan x$   
 (D)  $y = -3 \sin(-2x)$  (E)  $y = \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x$

4. 已知  $\tan \theta = -\frac{3}{4}$  且  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，則下列何者正確？

- (A)  $\tan 2\theta = \frac{24}{7}$  (B)  $\sin 2\theta = -\frac{24}{25}$  (C)  $\cos 2\theta = \frac{7}{25}$  (D)  $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{10}}$  (E)  $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$

5. 關於  $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x$  的圖形，下列敘述何者正確？

- (A)  $f(x)$  的週期  $2\pi$  (B)  $f(x)$  的振幅為 2 (C)  $y=f(x)$  的圖形與  $y$  軸交點為  $(0, -\sqrt{3})$   
 (D)  $y=f(x)$  的圖形與  $x$  軸有無限多個交點 (E)  $y=f(x)$  的圖形對稱於直線  $x - \frac{\pi}{2} = 0$

第三部分：填充題 (50 分)

(1) 計算  $\sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{2} + \sin(-\frac{\pi}{6}) =$  \_\_\_\_\_。

(2) 計算  $\sin 83^\circ \cos 23^\circ + \cos 83^\circ \cos 113^\circ =$  \_\_\_\_\_。

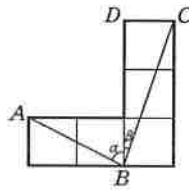
(3) 計算  $\frac{\sin 24^\circ}{\sin 8^\circ} - \frac{\cos 24^\circ}{\cos 8^\circ} =$  \_\_\_\_\_。

(4) 有一時鐘的時針長度為 20 公分 (假設時針針尖每分鐘所移動的弧長都相等)，則時針針尖每分鐘所移動的弧長為\_\_\_\_\_公分。

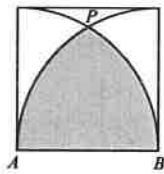
(5) 若扇形的弧長與面積均為 10，則其圓心角為\_\_\_\_\_度。

(6) 已知  $0 < x < \pi$ ，試求不等式  $-\frac{1}{2} \leq \cos x \leq \frac{1}{2}$  的解為\_\_\_\_\_。

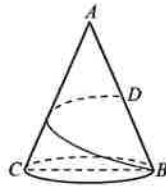
(7) 如附圖，每一個小方格均為正方形，設  $\angle ABD = \alpha$ ， $\angle CBD = \beta$ ，試求  $\tan(\alpha + \beta) =$  \_\_\_\_\_。



(8) 如圖，正方形之邊長為 2，分別以  $A, B$  為圓心，2 為半徑畫弧，兩弧交於  $P$  點，試求灰色部分之面積\_\_\_\_\_。



(9) 設一直圓錐底圓的半徑為 1，斜高  $\overline{AB} = 4$ ， $D$  為斜高  $\overline{AB}$  的中點，如附圖，若一隻螞蟻從  $B$  點沿錐面繞一周到  $D$  點，則最短路徑為\_\_\_\_\_。



(10) 將函數  $y = \sin x$  的圖形沿  $x$  軸向左平移  $\frac{\pi}{2}$  單位，再沿  $y$  軸向下平移 2 單位，可得函數

$y = \sin(x+h) + k$  的圖形，其中  $-\pi < h < \pi$ ，則數對  $(h, k) =$  \_\_\_\_\_。

(11) 試求函數  $y = -4 \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3})$  的振幅為\_\_\_\_\_。

(12) 同上，試求函數  $y = -4 \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3})$  的週期為\_\_\_\_\_。

(13) 將函數  $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x$  表示成  $y = r \sin(x + \theta)$ ，其中  $r > 0$ ， $0 \leq \theta < 2\pi$ 。

(14) 若函數  $y = 5 \sin x + 12 \cos x + 13$  之最大值為  $A$ ，最小值為  $B$ ，求  $A+B =$  \_\_\_\_\_。

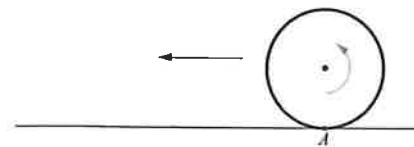
(15) 設  $0 \leq x \leq 2\pi$ ，函數  $y = 2 \sin(x + \frac{\pi}{3}) - 2 \sin x$

求  $y$  的最大值為 (15-1)，此時  $x$  的值為 (15-2)。

第四部分：素養題 10%

(一) 義大世界遊樂區中有一圓形摩天輪，中心軸高 22 公尺，直徑 40 公尺，逆時針方向運轉一圈需時 15 分鐘。當摩天輪開始運轉時，炭治郎坐在離地最近的位置上， $x$  分鐘後，炭治郎離地的高度可表為  $y = a \sin(bx + c) + d$ ， $a > 0$  且  $b > 0$ 。試求  $(a, b, c, d) = ?$

(二) 有一半徑為 15 公分的滾輪，它與地面接觸於  $A$  點，現在讓滾輪在地上逆時針滾動  $20\pi$  公分的距離，設此時  $A$  點繞圓心滾動了  $\theta$  強，試問： $A$  點離地面幾公分？



高雄市正義中學 高中部 112 學年度第一學期 期初考數學科答案卷

【高二 社會組】

【教師答案卷】

第一部分：單一選擇題 15% (每題 3 分)

1	2	3	4	5
(E)	(A)	(C)	(B)	(B)

第二部分：多重選擇題 25% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4	5
(A)(C)(D)(E)	(A)(C)(D)(E)	(A)(B)(C)(D)(E)	(B)(C)	(A)(B)(C)(D)

第三部分：填充題 50%

1	$-\frac{1}{2}$	2	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
3	2	4	$\frac{\pi}{18}$
5	$\frac{900}{\pi}$	6	$\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$
7	7	8	$\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$
9	$2\sqrt{5}$	10	$(\frac{\pi}{2}, -2)$
11	振幅：4	12	週期：4 $\pi$
13	$2 \sin(x + \frac{11\pi}{6})$	14	26
15-1	$\frac{11}{6}\pi$	15-2	2

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分數	10	20	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50

第四部分：素養題 10% (未列式或說明者，該題不予計分，每小題 5 分)

(一)義大遊樂區中有一圓形摩天輪，中心軸高 22 公尺，直徑 40 公尺，逆時針方向運轉一圈需時 15 分鐘。當摩天輪開始運轉時，炭治郎坐在離地最近的位置上， $x$  分鐘後，炭治郎離地的高度可表為  $y = a \sin(bx + c) + d$ ， $a > 0$  且  $b > 0$ 。試求  $(a, b, c, d) = ?$

答案： $(20, \frac{2\pi}{15}, -1, 22)$

解析：如附圖，半徑 20 公尺，離地最低點 2 公尺，最高點 42 公尺，

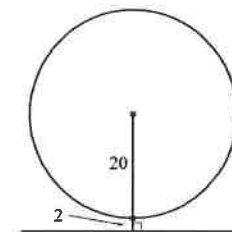
轉一圈 15 分鐘  $\Rightarrow$  週期  $= \frac{2\pi}{b} = 15 \Rightarrow b = \frac{2\pi}{15}$

最高為  $a + d = 42$ ，最低為  $-a + d = 2 \Rightarrow a = 20, d = 22$

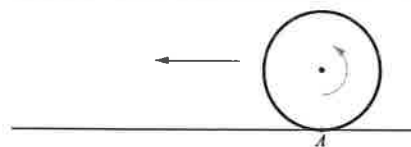
$\therefore x = 0$  時， $y = 2$

$\Rightarrow 20 \sin c + 22 = 2 \Rightarrow \sin c = -1$

$\Rightarrow c = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$ ，其中  $n$  為整數



(二)有一半徑為 15 公分的滾輪，它與地面接觸於 A 點，現在讓滾輪在地上逆時針滾動  $20\pi$  公分的距離，設此時 A 點繞圓心滾動了  $\theta$  徑，試問：A 點離地面幾公分？



答案： $\frac{45}{2}$  (公分)

解析：

(1) 根據弧長的公式，可以得到  $20\pi = 15 \times \theta \Rightarrow \theta = \frac{20\pi}{15} = \frac{4\pi}{3}$ 。

(2) 如附圖，可以得到滾動後 A 點的位置， $\angle AOB = \frac{3\pi}{2} - \frac{4\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$ 。

故  $\overline{AB} = 15 \sin \frac{\pi}{6} = \frac{15}{2}$ ，

因此 A 點離地面的高度為  $\frac{15}{2} + 15 = \frac{45}{2}$  (公分)。

