

高雄市正義中學 高中部 112 學年度第一學期 期中考數學科試題

【高二社會組】

出題老師：莊雅萍老師

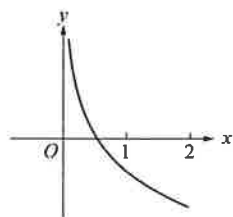
第一部分：單一選擇題 (每題 3 分，共 15 分)

() 1. 附圖為函數 $y = a + \log_b x$ 之部分圖形，其中 a, b 皆為常數，

則下列何者為真？

(A) $a < 0, b > 1$ (B) $a > 0, b > 1$ (C) $a > 0, 0 < b < 1$

(D) $a < 0, 0 < b < 1$



() 2. 設 x 為實數，方程式 $x - 1 = \log_2 x$ 有幾個實根？

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

() 3. 設 $0 < a < 1$ ，指數函數 $y = a^x$ 之圖形與對數函數 $y = \log_a x$ 之圖形對稱於下列哪一個？

(A) x 軸 (B) y 軸 (C) 直線 $y = -x$ (D) 直線 $y = x$

() 4. 請問下列哪一個數的值最大？

(A) $0.9^{-\pi}$ (B) $0.9^{-\sqrt{5}}$ (C) $0.9^{1.5}$ (D) 0.9^2

() 5. 設 $a > 1$ ，關於函數 $f(x) = \log_a x$ ，選出錯誤的選項：

(A) $a > 1 \Rightarrow f(a) < 0$ (B) $f(x) = \log_a x$ 的圖形以 y 軸為漸近線

(C) $f(x)$ 的圖形通過點 $(1, 0)$ (D) $f(x)$ 的圖形在 y 軸的右方

第二部分：多重選擇題 (每題 5 分，共 25 分)

() 1. 觀察相關的函數圖形，判斷下列選項何者為真？

(A) $10^x = x$ 有實數解 (B) $10^x = x^2$ 有實數解 (C) x 為實數時， $10^x > x$ 恆成立

(D) $x > 0$ 時， $10^x > x^2$ 恆成立 (E) $10^x = -x$ 有實數解

() 2. 下列哪些函數的圖形與 $x - y = 0$ 有交點？

(A) $y = 3^{x-2}$ (B) $y = -3^x$ (C) $y = 3^{-x}$ (D) $y = 3^{|x|}$ (E) $y = 3^x - 2$

() 3. 請選出正確的選項？

(A) $\log_{-2} 1 = 0$ (B) $\frac{\log 8}{\log 2} = 4$ (C) $\log_4 \frac{\sqrt{2}}{4} = -\frac{3}{4}$ (D) $\log_a 5 = 2$ ，則 $a = \pm\sqrt{5}$

(E) $\log_{0.2} \frac{5}{2} = \log_5 0.4$

() 4. 下列函數 $f(x)$ ，哪些選項是“指數型成長”？

x	1	2	3	4
$f(x)$	1	3	5	7

(A)

x	1	2	3	4
$f(x)$	8	4	2	1

(B)

x	1	2	3	4
$f(x)$	0.2	0.4	0.8	1.6

(C)

x	1	2	3	4
$f(x)$	0.2	0.04	0.008	0.016

(D)

x	1	2	3	4
$f(x)$	4	10	28	82

(E)

() 5. 設 $a > 1 > b > 0$ ，關於下列不等式，請選出正確的選項。

(A) $(-a)^7 > (-a)^9$ (B) $b^{-9} > b^{-7}$ (C) $\log_{10} \frac{1}{a} > \log_{10} \frac{1}{b}$ (D) $\log_a 1 > \log_b 1$

(E) $\log_a b \geq \log_b a$

第三部分：填充題 (50 分)

1. 試計算下列各小題的值：

(1) $(\sqrt{3})^{2x-3}=27^{x+1}$ ，得 $x=$ _____。

(2) $(\frac{1}{\sqrt{10}})^{3x-1}=10^{-2x+\frac{3}{2}}$ ，得 $x=$ _____。

(3) $3^{2x}-8 \cdot 3^x-9=0$ ，得 $x=$ _____。

2. 試解下列各不等式：(求各小題的 x 值範圍)

(1) 解不等式 $(\frac{1}{4})^x > \frac{1}{256}$ 。

(2) 解不等式 $(0.2)^{x^2-x} \leq (0.04)^{2x+3}$ 。

(3) 解不等式 $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 < 0$ 。

3. 試利用“對數定律”計算下列各式：

(1) $2 \log_{10} 2 + \log_{10} 15 - \log_{10} 6 =$ _____。

(2) $(\log 5)^2 + \log 2 \cdot \log 50 =$ _____。

(3) $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 2 + \log_9 \frac{1}{8}) =$ _____。

4. 將 $y=3^x$ 的圖形，向左平移 1 單位，再向上平移 2 單位，得到 $y=3^{x-h}+k$ 的圖形，則數對

$(h, k)=$ _____。

5. 某商品的廣告效應的模型可用對數函數來表示： $N(x)=1000+500 \log_2(x+1)$ ，其中 $N(x)$ 為

銷售數量(單位：個)， x 為廣告費用(單位：萬元)，若希望銷售量達到 2000 個的時候，

試問要花費_____元的廣告費。

6. 解不等式： $\log_2(x-1) < \log_4(3-x)$

7. 設 x, y 均為正數且滿足 $x+y=4$ ，則 $\log_2 x + \log_2 y$ 的最大值為_____。

8. 設實數 x 滿足 $0 < x < 1$ ，且 $\log_x 4 - \log_2 x = 1$ ，則 $x=$ _____。(化成最簡分數)

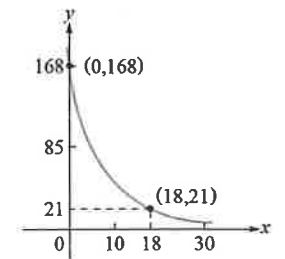
第四部分：素養題 10%【務必將計算過程寫在答案卷，才予以計分，每小題 5 分】

(一)某品牌鮮奶的保鮮時間 y (小時) 會隨著儲藏的溫度 x ($^{\circ}\text{C}$) 而有

所不同。當儲藏溫度為 x $^{\circ}\text{C}$ 時，可保鮮 $y=f(x)=c \times a^x$ 小時，其中

$c, a (a > 0)$ 是常數。附圖是 $y=f(x)$ 的部分圖形。

若夏季時室溫達 30°C ，此時鮮奶的保鮮時間是多少小時。



(二)放射物的質量變為原來的一半所需的時間，稱為該物質的半衰期。鐳 (Radium) 是一種放射性物

質，最穩定的同位素為鐳-226，半衰期為 1600 年。假設剛開始鐳的質量為 10 公克，試求：

(1) 6400 年後的質量為幾公克？

(2) 衰變到剩下 8 公克時，需要幾年？(四捨五入至整數位)

(已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$)

高雄市正義中學 高中部 112 學年度第一學期 期中考數學科答案卷

【高二-社會組】

【教師答案卷】

第一部分：單一選擇題 15% (每題 3 分)

1	2	3	4	5
(D)	(C)	(D)	(A)	(A)

第二部分：多重選擇題 25% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4	5
(B)(C)(D)(E)	(A)(B)(C)(E)	(C)(E)	(B)(C)	(A)(B)

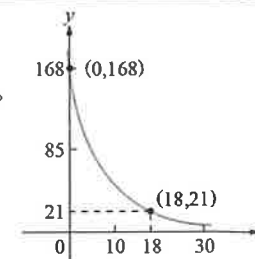
第三部分：填充題 50%

1(1)	$-\frac{9}{4}$	3(2)	1
1(2)	$x=2$	3(3)	-1
1(3)	2	4	(-1, 2)
2(1)	$x < 4$	5	3 (萬元)
2(2)	$x \geq 6$ 或 $x \leq -1$	6	$1 < x < 2$
2(3)	$1 < x < 2$	7	2
3(1)	1	8	$\frac{1}{4}$

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分數	10	20	24	28	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50

第四部分：素養題 10% (未列式或說明者，該題不予計分，每小題 5 分)

(一) 某品牌鮮奶的保鮮時間 y (小時) 會隨著儲藏的溫度 x ($^{\circ}\text{C}$) 而有所不同。當儲藏溫度為 x $^{\circ}\text{C}$ 時，可保鮮 $y=f(x)=c \times a^x$ 小時，其中 $c, a (a > 0)$ 是常數。附圖是 $y=f(x)$ 的部分圖形。若夏季時室溫達 30 $^{\circ}\text{C}$ ，此時鮮奶的保鮮時間是_____小時？



答案：5.25 小時

解析：

由題目圖形知， $f(0)=168 \Rightarrow ca^0=168 \Rightarrow c=168$ ，

又 $f(18)=21 \Rightarrow 168 \times a^{18}=21 \Rightarrow a^{18}=2^{-3}$ ，故 $a=2^{-\frac{1}{6}}$ 。

$f(x)=168 \times 2^{-\frac{x}{6}}$ ，當 $x=30$ ，

則 $f(30)=168 \times 2^{-\frac{30}{6}}=168 \times 2^{-5}=\frac{168}{32}=\frac{21}{4}=5.25$ (小時)，

即溫度 30°C ，鮮奶可保鮮 5.25 小時。

(二) 放射物的質量變為原來的一半所需的時間，稱為該物質的半衰期。

鐳 (Radium) 是一種放射性物質，最穩定的同位素為鐳-226，半衰期為 1600 年。

假設剛開始鐳的質量為 10 公克，試求：

(1) 6400 年後的質量為幾公克？

(2) 衰變到剩下 8 公克時，需要幾年？(四捨五入至整數位)

(已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$)

答案：(1) $\frac{5}{8}$ 公克；(2) 516 年

解析：(1) 所求為 $10 \times (\frac{1}{2})^{\frac{6400}{1600}} = 10 \times (\frac{1}{2})^4 = \frac{5}{8}$ (公克)

(2) 衰變到剩下 8 公克，需要 n 年

$$10 \times (\frac{1}{2})^{\frac{n}{1600}} = 8 \Rightarrow (\frac{1}{2})^{\frac{n}{1600}} = \frac{8}{10}$$

$$\text{取 } \log, \frac{n}{1600} \log \frac{1}{2} = \log \frac{8}{10}$$

$$n = 1600 \cdot \frac{3 \log 2 - 1}{-\log 2} = 1600 \cdot \frac{-0.097}{-0.3010} \approx 515.6$$

\therefore 需要 516 年