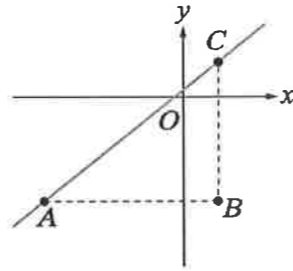


出題老師：余慕貞

第一部分：單一選擇題(每題 4 分，共 20 分)

1. 如右圖，多比在坐標平面上從 A 點出發，沿著平行 x 軸的路走 5 個單位到 B 點，然後再沿著平行 y 軸的路走 4 個單位到 C 點，已知 C 點坐標為



(1, 1)，則下列哪一個點亦在直線 AC 上？

- (A) (-4, -3) (B) (5, 4) (C) (2, 2) (D) (6, -3) (E) (-2, -1)。

2. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $B(1, 1)$ ， $L_1: 3x + y - 12 = 0$ 為 \overline{BC} 上的中線， $L_2: 3x - 7y + 20 = 0$ 為 \overline{AB} 上的中線，試問下列何者正確？

- (A) A 點坐標為 (-2, 18) (B) C 點坐標為 (-2, 2) (C) $\triangle ABC$ 的重心 G 點坐標為 $(\frac{8}{3}, 4)$
 (D) 直線 AC 的方程式為 $x + 3y = 4$ (E) 直線 AC 的方程式為 $3x - y = 12$ 。

3. 坐標平面上，直線 $y = 2x$ 與直線 $y = -3x + 5$ 將坐標平面分割成四個區域。試問下列哪一個選項中的點會和點 (1, 1) 在同一個區域？

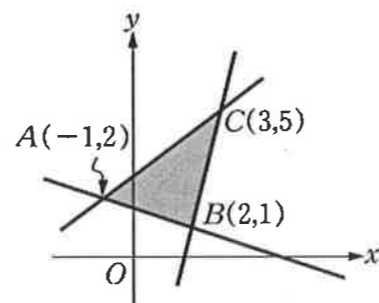
- (A) (20, -56) (B) (13, -33) (C) (-1, 1) (D) (-15, -29) (E) (-20, -29)。

4. 點 A (1, 0) 在單位圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$ 上。試問： Γ 上除了 A 點以外，還有幾個點到直線

$L: y = 2x$ 的距離，等於 A 點到 L 的距離？ (A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個 (E) 4 個。

5. 如右圖，直線 $AB: x + 3y - 5 = 0$ ，直線 $BC: 4x - y - 7 = 0$ ，直線 $AC: 3x - 4y + 11 = 0$ ，則 $\triangle ABC$ 區域可用下列哪一組不等式表示？

- (A) $\begin{cases} x+3y-5 \geq 0 \\ 4x-y-7 \geq 0 \\ 3x-4y+11 \geq 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x+3y-5 \leq 0 \\ 4x-y-7 \geq 0 \\ 3x-4y+11 \leq 0 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x+3y-5 \leq 0 \\ 4x-y-7 \geq 0 \\ 3x-4y+11 \geq 0 \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x+3y-5 \geq 0 \\ 4x-y-7 \leq 0 \\ 3x-4y+11 \geq 0 \end{cases}$ (E) $\begin{cases} x+3y-5 \geq 0 \\ 4x-y-7 \leq 0 \\ 3x-4y+11 \leq 0 \end{cases}$

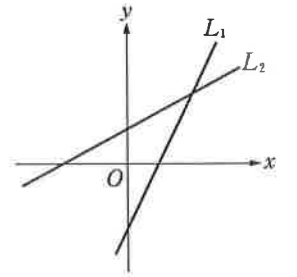


第二部分：多重選擇題(每題 5 分，共 25 分)

1. 如右圖，兩直線 L_1, L_2 之方程式分別為 $L_1: x + ay + b = 0$ ，

$L_2: x + cy + d = 0$ ，試問下列哪些選項是正確的？

- (A) $a > 0$ (B) $b > 0$ (C) $c > 0$ (D) $d > 0$ (E) $a > c$ 。



2. 考慮實數 a, b ，令 L 為 $y = ax + b$ 的圖形，試選出正確的選項。

- (A) 若 $a > 0$ ，則 L 會通過第一象限 (B) 若 $a < 0$ ，則 L 會通過第一象限
 (C) 若 $b > 0$ ，則 L 會通過第一象限 (D) 若 $b < 0$ ，則 L 會通過第一象限
 (E) 若 $ab < 0$ ，則 L 會通過第一象限。

3. 坐標平面上，兩平行線的方程式分別為 $L_1: 3x - 4y = 0$ 及 $L_2: 3x - 4y + 15 = 0$ ，若將一個半徑為 2 單位的圓形硬幣放在此坐標平面上，當硬幣的圓心為下列哪些點時，此硬幣會與 L_1 及 L_2 皆各交於兩點？ (A) (2, 3) (B) $(\frac{1}{2}, 2)$ (C) (-2, 1) (D) (4, 3) (E) $(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ 。

4. 在坐標平面上，關於方程式 $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$ ，下列何者正確？

- (A) 圖形是一個圓 (B) 圖形對稱於 $y = 4$ (C) 圖形對稱於 $3x - 2y - 1 = 0$
 (D) 圖形通過原點 (E) 圖形所圍成的面積為 25π 。

5. 已知平面上有圓 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ 及兩點 $A(9, 8)$ 、 $B(4, 6)$ ，試問下列選項哪些正確？

- (A) 圓心為 (1, 2)，半徑為 25 (B) 過 B 點且與圓 C 相切的直線方程式為 $3x - 4y - 36 = 0$
 (C) 圓 C 上到 A 點最遠距離的點為 (-3, -1)
 (D) 過 A 點作圓 C 的兩切線，切點為 P、Q，則 $\overline{PQ} = 5\sqrt{3}$
 (E) 圓 C 上恰有兩個點與直線 $L: 6x + 8y = 47$ 的距離等於 $\frac{5}{2}$ 。

第三部分：填充題(45 分)

1. 坐標平面上有平行四邊形 ABCD，其中直線 AB 的方程式為 $7x - y = 25$ ， $C(-3, 1)$ ，試求直線 CD 的方程式 (1)。

2. 設平面上兩點 $A(6, 1), B(2, -1)$ ，則 \overline{AB} 之中垂線方程式為 (2)。

3. 若二元一次聯立不等式 $\begin{cases} 2x - y \geq 0 \\ x + 2y - 5 \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 的解區域為 S ，則區域 S 的面積為 (3)。

4. 設圓 $C: x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 的圓心為 $(2, -1)$ ，求圓 C 的半徑為 (4)。

5. 若點 $A(0, -2)$ 及 $B(2, 4)$ 分別在圓 $C: x^2 + y^2 - 6x - 12y = k$ 的外部及內部，求 k 的範圍 (5)。

6. 若 x, y 為實數且滿足 $3x - 4y + 4 = 0$ ，則 $\sqrt{(x-4)^2 + (y+6)^2}$ 之最小值為 (6)。

7. 坐標平面上，一圓與直線 $x - y = 1$ 以及直線 $x - y = 5$ 所截的弦長皆為 14。

則此圓的面積為 (7) π 。

8. 坐標平面上過 $A(1, 2)$ 對圓 $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 16 = 0$ 作兩切線，若切點為 P, Q ，則 $\triangle APQ$ 之外接圓方程式為 (8)。

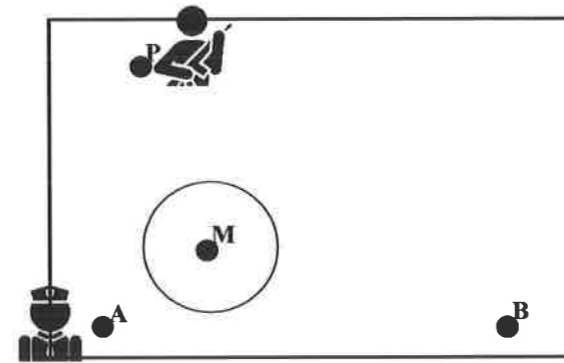
9. 設 m 為實數，若在坐標平面上，圓 $C: (x+4)^2 + (y+6)^2 = 25$ 與直線 $L: y = m(x+1) + 5$ 的兩個交點位於不同象限，則 m 的範圍為 (9)。

10. 坐標平面上有一個圓 $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$ 與兩條直線 $L_1: 3x - 4y = h$ 及 $L_2: 3x - 4y = k$ ，已知這個圓與兩條直線分別交於 A, B 兩點及 C, D 兩點，若 A, B, C, D 恰好形成一個正方形，則 $h + k =$ (10)。

第四部分：素養題(10分，未列式或說明者，該題不予計分)

1. 如下圖，在公園的坐標地圖上，警司阿誠位於點 $A(0, 0)$ ，正朝著點 $B(18, 0)$ 直線前進，而狙擊手阿仁位於點 $P(3, 10)$ ，欲執行暗殺阿誠的任務。已知坐標地圖上的 1 個單位長代表實際距離 1 公尺，且在空曠的公園中，唯一會影響到阿仁狙擊視線的是座圓心位於點 $M(6, 4)$ 且半徑為 3 公尺的圓形噴水池，試回答下列問題。

- (1) 若與 M 點距離不超過 5 公尺，皆會被噴水池的水花所噴濺，則在阿誠自 A 點前進到 B 點的路途中，會被噴水池的水花所噴濺的路程為多少公尺？(3分)
- (2) 在阿誠自 A 點前進到 B 點的路途中，試求狙擊手阿仁的狙擊視線被此座半徑為 3 公尺的圓形噴水池遮蔽的距離？(3分)



2. 數學老師利用一張畫有直角坐標系的方格紙，進行摺疊一次後使得 $A(0, 2)$ 與 $B(4, 0)$ 重合，則此時點 $P(7, 1)$ 會與哪一點重合？(4分)

高雄市正義中學高中部 112 學年度第一學期 第二次期中考數學科試題

高一年____班 座號：____ 姓名：_____

第一部分：單一選擇題 20% (每題 5 分)

1	2	3	4	5
A	C	A	D	D

第二部分：多重選擇題 25% (每答對一選項得 1 分，答錯不倒扣)

1	2	3	4	5
DE	ACE	ABE	ABC	CD

第三部分：填充題 45%

1	$7x - y + 22 = 0$	2	$2x + y - 8 = 0$
3	5	4	$\sqrt{5}$
5	$-40 < k < 28$	6	8
7	51π	8	$x^2 + (y + 1)^2 = 10$
9	$-14 < m < -8$	10	8

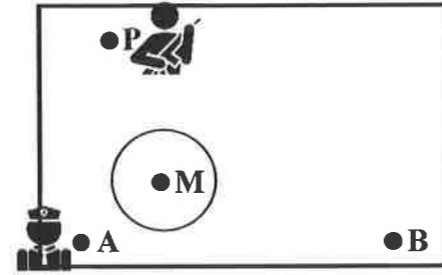
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分數	5	10	15	20	25	29	33	37	41	45

第四部分：素養題 10% (未列式或說明者，該題不予計分)

1. 如下圖，在公園的坐標地圖上，警司阿誠位於點 $A(0,0)$ ，正朝著點 $B(18,0)$ 直線前進，而狙擊手阿仁位於點 $P(3,10)$ ，欲執行暗殺阿誠的任務。已知坐標地圖上的 1 個單位長代表實際距離 1 公尺，且在空曠的公園中，唯一會影響到阿仁狙擊視線的是座圓心位於點 $M(6,4)$ 且半徑為 3 公尺的圓形噴水池，試回答下列問題。

(1) 若與 M 點距離不超過 5 公尺，皆會被噴水池的水花所噴濺，則在阿誠自 A 點前進到 B 點的路途中，會被噴水池的水花所噴濺的路程為多少公尺？(3 分)

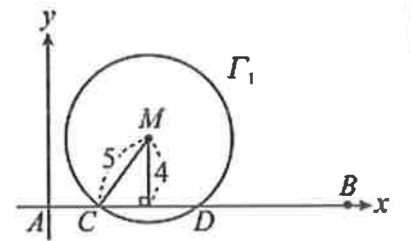
(2) 在阿誠自 A 點前進到 B 點的路途中，試求狙擊手阿仁的狙擊視線被此座半徑為 3 公尺的圓形噴水池遮蔽的距離？(3 分)



解：(1)

設直線 AB 與 $\Gamma_1: (x-6)^2 + (y-4)^2 = 25$ 交於 C, D 二點，作圖如右

所以 $\overline{CD} = 2\sqrt{5^2 - 4^2} = 6$



解：(2)

設過 P 點且與圓 $\Gamma_2: (x-6)^2 + (y-4)^2 = 9$ 相切的切線為

$L: y - 10 = m(x - 3) \Rightarrow mx - y + (10 - 3m) = 0$

可知 $d(M, L) = 3 \Rightarrow \frac{|6m - 4 + (10 - 3m)|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 3 \Rightarrow (3m + 6)^2 = 9(m^2 + 1)$

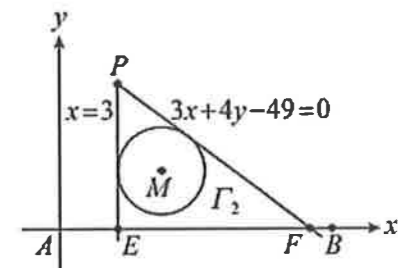
$\Rightarrow 36m = -27 \Rightarrow m = -\frac{3}{4} \Rightarrow L: 3x + 4y - 49 = 0$

因為過圓外一點的切線有兩條，所以另外一條切線為 $x = 3$

設兩切線分別與 x 軸交於 E, F 兩點，作圖如右

可得 $E(3, 0), F(\frac{49}{3}, 0) \Rightarrow \overline{EF} = \frac{49}{3} - 3 = \frac{40}{3}$

故被遮蔽的距離為 $\frac{40}{3}$ 公尺



2. 數學老師利用一張畫有直角坐標系的方格紙，進行摺疊一次後使得 $A(0,2)$ 與 $B(4,0)$ 重合，則此時點 $P(7,1)$ 會與哪一點重合？(4 分)

答案：(-1, 5)

解析：

(i) 先求 \overline{AB} 的垂直平分線 L 的方程式。

$$m_{AB} = \frac{0-2}{4-0} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_L = 2,$$

又 \overline{AB} 的中點是 (2, 1)，故 L 的方程式是 $y-1=2(x-2)$ ，即 $2x-y-3=0$ 。

(ii) 次求點 $P(7, 1)$ 對於直線 L 的對稱點 Q 的坐標。

過 $P(7, 1)$ 且與 L 垂直的直線方程式是 $y-1 = -\frac{1}{2}(x-7)$ ，即 $x+2y=9$ ，

解 $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x+2y=9 \end{cases}$ ，得 $x=3, y=3$ ，故 P 在 L 上的投影點是 (3, 3)。

令對稱點 Q 的坐標是 (x, y) ，

則 $\frac{x+7}{2}=3, \frac{y+1}{2}=3$ ，得 $x=-1, y=5$ ，即 $Q(-1, 5)$ 。